

Asimilación de observaciones de aviones en predicciones meteorológicas por conjuntos mediante Ensemble Kalman Filtering

Autor: Santiago Hoyos Martín

Tutor: Alfonso Valenzuela Romero

Sevilla, 2019



Trabajo de Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería Aeronáutica

Asimilación de observaciones de aviones en predicciones meteorológicas por conjuntos mediante Ensemble Kalman Filtering

Autor:

Santiago Hoyos Martín

Tutor:

Alfonso Valenzuela Romero

Profesor Contratado Doctor

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Trabajo de Fin de Máster: Asimilación de observaciones de aviones en predicciones meteorológicas por conjuntos mediante Ensemble Kalman Filtering

Autor: Santiago Hoyos Martín

Tutor: Alfonso Valenzuela Romero

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

Agradecimientos

Un nuevo final. Se acaba una etapa para mí, e, indirectamente, para vosotros, los que habéis estado conmigo estos últimos meses, años incluso. El apoyo que me habéis proporcionado ha sido parte fundamental en este trabajo. A mi madre, mi padre, mi hermano y amistades, deciros que parece que ya está hecho. A mis profesores, compañeros,... os tengo en mente y me guardo los recuerdos de todo lo aprendido. A todos, os agradezco enormemente todo lo que habéis podido hacer y habéis hecho por mí.

Sabéis que no me gusta extenderme, que los gestos del día a día dicen más que las palabras, muchas gracias por todo. Creo que dadas las condiciones he aprendido a sacarlo casi todo adelante. Seguiremos trabajando entre lo posible y lo necesario.

Empieza una nueva etapa para mí, e, indirectamente, para vosotros. Un nuevo comienzo. Muchas gracias de nuevo.

El presente Trabajo de Fin de Máster explora una de las líneas de investigación actuales del Departamento de Ingeniería Aeroespacial. En esta línea, se estudian los efectos de la incertidumbre inherente a los pronósticos meteorológicos en el tráfico aéreo. En este documento, se trata de realizar correcciones de un pronóstico meteorológico emitido en un futuro relativamente cercano, aprovechando las observaciones de aeronaves que sobrevuelan la zona del espacio aéreo en la que se ha realizado el pronóstico. Se distinguen tres partes principales dentro del documento: revisión del método, caso académico y caso real. La primera parte conlleva una revisión de algunos algoritmos de asimilación de datos, que son variaciones del filtro de Kalman. En la segunda parte se analizan casos académicos, en los que se estudia la influencia de las observaciones sobre una malla arbitraria. Esta segunda parte sirve como un paso intermedio a la tercera y última parte, la aplicación al pronóstico meteorológico, en la que se analiza la influencia de las observaciones tomadas por aviones en la corrección de un pronóstico emitido por un centro meteorológico.

Abstract

This dissertation explores one of the current researchs at the Aerospace Engineering Department. This research studies the effects of the uncertainty in meteorological forecasts in air traffic. Its main target is to get measurements from different aircrafts in a zone and use them to make corrections to a forecast emitted by a meteorological centre. The dissertation is divided in three parts. In the first one, there's a revision of some algorithms based on Kalman Filter. In the second one, there's an application to an academic case. In the third and last one, taking real measurements from aircrafts and a weather forecast, there's an application to a plausible case.

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xv
Índice de Figuras	xvii
1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Objetivo	2
1.3 Metodología	2
1.4 Estructura del documento	2
2 Filtros de Kalman	5
2.1 Filtro de Kalman básico	5
2.1.1 Descripción	5
2.1.2 Ejemplos	7
2.2 Ensemble Kalman Filter	9
2.2.1 Descripción	9
2.2.2 Ejemplo	11
2.3 Ensemble Kalman Filter con perturbaciones	14
2.4 Ensemble Square Root Filter	18
3 Aplicación a una malla elemental y observaciones en un punto	23
3.1 Interpolación del pronóstico de la malla a la posición de la aeronave	23
3.2 Aplicación del filtro	25
3.3 Extrapolación a la malla	25
3.4 Ejemplos	27
4 Aplicación a una malla extendida y observaciones en múltiples puntos	31
4.1 Generación del pronóstico	31
4.2 Aplicación	33
4.2.1 Primer caso	33
4.2.2 Segundo caso	40
5 Aplicación a pronóstico meteorológico	47
5.1 Presentación del problema	47
5.1.1 COSMO-D2 EPS	47
5.1.2 FlightRadar24	51
5.2 Resultados	54
6 Conclusiones	73
Referencias	75

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Esquema del filtro de Kalman	7
Figura 2.2 Filtro de Kalman básico, primer ejemplo	8
Figura 2.3 Filtro de Kalman básico, segundo ejemplo	9
Figura 2.4 EnKF, todas las estimaciones del vector estado, ejemplo	12
Figura 2.5 EnKF. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, ejemplo	12
Figura 2.6 EnKF. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, detalle del ejemplo	13
Figura 2.7 EnKF. Observaciones, estimaciones máxima, media y mínima, ejemplo	13
Figura 2.8 EnKF. Observaciones, estimaciones máxima, media y mínima, detalle del ejemplo	14
Figura 2.9 EnKF perturbado, todas las estimaciones del vector estado, ejemplo	15
Figura 2.10 EnKF perturbado. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, ejemplo	15
Figura 2.11 EnKF perturbado. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, detalle del ejemplo	16
Figura 2.12 EnKF perturbado. Observaciones y estimaciones máxima, media y mínima	16
Figura 2.13 EnKF perturbado. Observaciones y estimaciones máxima, media y mínima. Detalle	17
Figura 2.14 Desviación típica para EnKF y EnKF perturbado para distintos números de miembros	17
Figura 2.15 EnSqRF, todas las estimaciones del vector estado	21
Figura 2.16 EnSqRF. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, ejemplo	21
Figura 2.17 EnSqRF. Observaciones y estimaciones máxima, media y mínima	22
Figura 3.1 Esquema general de aplicación a la malla elemental	23
Figura 3.2 Posición relativa de los nodos de la malla reducida y el punto de interés	24
Figura 3.3 Valores y regresión tras el filtro, mayor ancho de valores en el punto de interés	26
Figura 3.4 Valores y regresión tras el filtro, reducción del ancho de valores en el punto de interés	26
Figura 3.5 Valores del nodo (1)(1) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo	27
Figura 3.6 Valores del nodo (1)(2) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo	28
Figura 3.7 Valores del nodo (2)(1) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo	28
Figura 3.8 Valores del nodo (2)(2) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo	28
Figura 3.9 Valores del nodo (2)(2) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Segundo ejemplo	29
Figura 4.1 Correlación temporal	32
Figura 4.2 Correlación horizontal (en términos de distancia)	33
Figura 4.3 Trayectoria de un punto sobre la malla	34

Figura 4.4 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 2. Primer caso	35
Figura 4.5 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 33. Primer caso	35
Figura 4.6 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 67. Primer caso	36
Figura 4.7 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 100. Primer caso	36
Figura 4.8 Rangos de valores estimados en el punto de interés. Primer caso	37
Figura 4.9 Posición de los nodos de la malla analizados. Primer caso	37
Figura 4.10 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (2)(2). Primer caso	38
Figura 4.11 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(2). Primer caso	39
Figura 4.12 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(40). Primer caso	39
Figura 4.13 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (40)(40). Primer caso	40
Figura 4.14 Trayectoria de dos puntos sobre la malla	41
Figura 4.15 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 2. Segundo caso	42
Figura 4.16 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 33. Segundo caso	42
Figura 4.17 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 67. Segundo caso	43
Figura 4.18 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 100. Segundo caso	43
Figura 4.19 Rangos de valores estimados en el punto de interés 1. Segundo caso	44
Figura 4.20 Rangos de valores estimados en el punto de interés 2. Segundo caso	44
Figura 4.21 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (2)(2). Segundo caso	45
Figura 4.22 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(2). Segundo caso	45
Figura 4.23 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(40). Segundo caso	46
Figura 4.24 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (40)(40). Segundo caso	46
Figura 5.1 Región de cobertura de COSMO-D2 EPS	48
Figura 5.2 Media del viento zonal en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS	48
Figura 5.3 Diferencia entre viento zonal máximo y mínimo en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS	49
Figura 5.4 Media del viento meridional en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS	49
Figura 5.5 Diferencia entre viento meridional máximo y mínimo en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS	50
Figura 5.6 Media de la temperatura en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS	50
Figura 5.7 Diferencia entre temperatura máxima y mínima en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS	51
Figura 5.8 Instantánea del vídeo capturado de FlightRadar24	52
Figura 5.9 Aplicación del primer método de suavizado	53
Figura 5.10 Aplicación del segundo método de suavizado	53

Figura 5.11 Datos del viento zonal. Brutos y tras el suavizado	54
Figura 5.12 Trayectorias de los dos aviones y perímetro de la malla	55
Figura 5.13 Perfiles de altitud de ambos aviones	55
Figura 5.14 Viento zonal en el avión 1. Medidas antes y después del filtrado	56
Figura 5.15 Viento meridional en el avión 1. Medidas antes y después del filtrado	56
Figura 5.16 Temperatura en el avión 1. Medidas antes y después del filtrado	57
Figura 5.17 Viento zonal en el avión 2. Medidas antes y después del filtrado	57
Figura 5.18 Viento meridional en el avión 2. Medidas antes y después del filtrado	58
Figura 5.19 Temperatura en el avión 2. Medidas antes y después del filtrado	58
Figura 5.20 Viento meridional en el primer avión	59
Figura 5.21 Viento zonal en el primer avión	60
Figura 5.22 Temperatura en el primer avión	60
Figura 5.23 Viento meridional en el segundo avión	61
Figura 5.24 Viento zonal en el segundo avión	61
Figura 5.25 Temperatura en el segundo avión	62
Figura 5.26 Viento zonal en ambos aviones, detalle del cruce	63
Figura 5.27 Viento meridional en ambos aviones, detalle del cruce	63
Figura 5.28 Temperatura en ambos aviones, detalle del cruce	64
Figura 5.29 Valores en FlightRadar en el instante de mínima distancia	64
Figura 5.30 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 3	65
Figura 5.31 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 25	66
Figura 5.32 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 37	66
Figura 5.33 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 60	67
Figura 5.34 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 3	68
Figura 5.35 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 25	68
Figura 5.36 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 37	69
Figura 5.37 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 60	69
Figura 5.38 Mapa de colores. Temperatura en el instante 3	70
Figura 5.39 Mapa de colores. Temperatura en el instante 25	71
Figura 5.40 Mapa de colores. Temperatura en el instante 37	71
Figura 5.41 Mapa de colores. Temperatura en el instante 60	72

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

De forma semejante a otros trabajos y artículos realizados por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial, la incertidumbre en la gestión del tráfico aéreo es el eje en torno al cual se vertebran los análisis que se llevan a cabo. La incertidumbre se entiende como la falta de conocimiento seguro y claro de algo, y en el tráfico aéreo ésta puede presentarse en:

- Los datos empleados: los datos obtenidos a través de medidas o estimaciones, pero de manera inexacta.
- La operación de la aeronave: las decisiones tomadas por las personas no son exactamente predecibles, ni aún basándose en reglas perfectamente conocidas.
- Los equipos: éstos pueden presentar repentinamente un mal funcionamiento o averiarse.
- La meteorología: las predicciones a través de las cuales se obtienen las condiciones meteorológicas futuras se degradan a medida que aumenta el horizonte de predicción.

Como la incertidumbre que se presenta en la meteorología es una de las fuentes más importantes en la gestión del tráfico aéreo, se hace necesario buscar formas de analizar y calcular los pronósticos de manera que esta incertidumbre sea tenida en cuenta. En ese sentido, la Sociedad Meteorológica Estadounidense (AMS) recomienda utilizar pronósticos probabilísticos para considerar la incertidumbre intrínseca en las predicciones meteorológicas [1]. Esto se puede realizar mediante diversos tipos de pronósticos de centros meteorológicos distribuidos por el mundo.

Uno de estos tipos de pronósticos son las predicciones por conjuntos (EPS o Ensemble Prediction System). Con vistas a conocer las condiciones meteorológicas en una región determinada, se utilizan múltiples simulaciones de un modelo numérico de predicción del tiempo (NWP o Numerical Weather Prediction) que difieren en las condiciones iniciales o en la parametrización de la física atmosférica, o en ambas. La meta es generar una muestra de posibles estados de la atmósfera, estando la incertidumbre contemplada en la dispersión de los miembros del conjunto, con la esperanza de que dicha dispersión englobe el futuro estado de la atmósfera [2]

El interés por tener predicciones lo más precisas posibles lleva a la incorporación de las observaciones de las aeronaves a determinadas aplicaciones a corto plazo, con el objetivo de mejorar dichas predicciones. Como aquellas que requieran la predicción de trayectorias en un futuro corto, porque se vean afectadas por las condiciones meteorológicas. Ejemplos de estas aplicaciones pueden ser la detección y resolución de conflictos, la predicción de la demanda en sectores de control,... Ya hay análisis realizados sobre esto, como el presentado por S. de Haan [3], donde el sistema de emisión de las observaciones de los aviones es mediante el sistema Mode-S EHS (Enhanced Surveillance) y se capta la información de vientos y temperatura para el estudio del tráfico aéreo.

Con todo esto, este trabajo es uno de los primeros pasos en el departamento para el estudio y la comprensión de la asimilación de este tipo de observaciones en EPS.

1.2 Objetivo

El objetivo del presente Trabajo de Fin de Máster es, pues, la asimilación de observaciones de aviones en predicciones meteorológicas por conjuntos. Por un lado, se tiene la predicción de la evolución de algunas variables extraídas de un pronóstico a corto plazo de un centro meteorológico en una región determinada; y, por otro lado, la obtención de una serie de observaciones extraídas de aviones que se encuentran volando sobre esa misma región. Se espera que, al tener en cuenta dichas observaciones, se consiga mejorar el pronóstico meteorológico en su conjunto, o al menos algunas de las variables meteorológicas en ciertas zonas de la región de cobertura del pronóstico.

1.3 Metodología

El trabajo expuesto en el presente documento se basa en el concepto de asimilación de datos (DA). DA es un procedimiento secuencial mediante el cual se comparan los resultados extraídos de un modelo de predicción con observaciones o información que se van adquiriendo. De esta manera, se realiza una nueva predicción que sea capaz de reflejar, en mayor o menor grado, las observaciones que se han adquirido.

En meteorología existen dos vertientes principales en cuando a la asimilación de datos: la vertiente del 3D-Var y 4D-Var, y la vertiente en la que se utilizan variaciones del filtro de Kalman. El 3D-Var, no tiene en cuenta los “errores del día”, es decir, inestabilidades o desviaciones en el comportamiento del sistema que dominan los errores en la predicción, y al no procesar dichos errores, no se utilizan las observaciones de manera tan eficiente como en el 4D-Var y las variaciones del filtro de Kalman, que sí los tienen en cuenta. Comparando el 4D-Var y las variaciones del filtro de Kalman, estas últimas se consideran relativamente más sencillas de implementar, ya que el 4D-Var precisa del desarrollo de un modelo adjunto para reducir el coste computacional que conllevan los cálculos de optimización del algoritmo. Debido a lo expuesto, se opta por utilizar la vertiente del filtro de Kalman para los análisis y cálculos que se han realizado para poner en pie el presente trabajo.

Para cumplir con el objetivo de este trabajo, se realiza una revisión del Ensemble Kalman Filter (EnKF), una variación del filtro de Kalman, que permite el análisis de un sistema mediante predicciones por conjuntos. Dentro de esta revisión del EnKF, se presentan tres tipos o métodos diferentes, y se escoge uno de ellos. Más adelante, se resuelve un caso académico con el método elegido, algo que permite conseguir experiencia en la aplicación del método y la obtención y presentación de resultados. Por último, la aplicación a un caso real, teniendo en cuenta datos del modelo COSMO-D2 EPS y datos obtenidos de FlightRadar24, es decir, la utilización de dos fuentes para tratar de observar cómo se comporta la incertidumbre del sistema con el filtro que se analiza.

1.4 Estructura del documento

La estructura del documento se deriva de la metodología antes expuesta:

En el segundo capítulo, se presenta el filtro de Kalman así como algunas de sus variedades de conjuntos, junto a algún ejemplo, y se comparan. En este capítulo queda justificada la elección del método que se utiliza en capítulos posteriores.

En el tercer capítulo, se plantea un caso académico en una malla elemental, en el que las observaciones no se tienen en los nodos de la malla. Con esto, se analiza el impacto de extrapolar los resultados del filtro de Kalman de conjuntos a posiciones diferentes a la del punto donde se producen las observaciones, tanto en términos de valores como de dispersión.

En el cuarto capítulo, se plantea un caso académico similar al anterior, pero en una malla extendida, donde el número de nodos es significativamente mayor.

En el quinto capítulo, se establece el caso real, es decir, se considera un pronóstico dado por una agencia meteorológica y se aplica el algoritmo para analizar la influencia sobre el pronóstico al tener en cuenta las observaciones de las aeronaves. La malla y el pronóstico vienen dados por COSMO-D2 EPS y las observaciones de aviones por FlightRadar24.

En el último capítulo, se presentan las conclusiones, que comprenden el alcance y las limitaciones de las aplicaciones relacionados con el desarrollo y los resultados del presente documento. Además, se plantean líneas que se pueden seguir para ahondar más aún en la aplicación que se realiza del filtro de Kalman de conjuntos para la mejora de las aplicaciones ATM.

2 FILTROS DE KALMAN

En este capítulo se elige el método de filtro de Kalman que se aplicará en capítulos posteriores. Para ello, se presenta la formulación del filtro de Kalman básico y se muestra su funcionamiento mediante un ejemplo simple. Además, se realiza una revisión de otros métodos basados en conjuntos, acompañados de ejemplos para su ilustración. Primero, el Ensemble Kalman Filter, segundo el Ensemble Kalman Filter añadiendo perturbaciones a las observaciones, y, por último, el Ensemble Square Root Filter.

2.1 Filtro de Kalman básico

2.1.1 Descripción

El filtro de Kalman (KF o Kalman Filter) es un algoritmo recursivo que permite obtener una estimación de la evolución del estado de un sistema a partir de observaciones del sistema, predicciones del estado y las incertidumbres asociadas a las mediciones y a las predicciones. El principal interés del filtro de Kalman es que es capaz de proporcionar la mejor estimación del estado del sistema, es decir, lo más cercano al estado real, si se conocen las incertidumbres que afectan al sistema y estas siguen distribuciones gaussianas [4]. Hoy en día, el filtro de Kalman y sus diferentes variantes se utilizan para aplicaciones tan variadas como el seguimiento de objetos con visión artificial, sistemas de guiado inerciales y de navegación por satélite, aumento de la calidad de la voz en comunicaciones,... y, lo que lleva a utilizar variaciones del filtro en el presente trabajo, el ámbito de los pronósticos meteorológicos.

En un instante k , el comportamiento real del sistema se modela de la siguiente manera:

$$x_R^{[k]} = A^{[k]} x_R^{[k-1]} + B^{[k]} u^{[k]} + w^{[k]}, \quad 2.1$$

siendo $x_R^{[k]} \in \mathbb{R}^m$ el estado real del sistema en un instante k y m el número de variables de estado; $A^{[k]} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es una matriz que relaciona el estado anterior del sistema en el instante $k - 1$ con el instante actual k ; $B^{[k]} \in \mathbb{R}^{m \times p}$ es una matriz que relaciona el control con el estado; $u^{[k]} \in \mathbb{R}^p$ son las p variables de control en el instante k ; y $w^{[k]} \in \mathbb{R}^m$ es una variable aleatoria relacionada con el ruido del proceso. El filtro de Kalman supone que $w^{[k]}$ sigue una normal de media igual a cero y varianza $Q^{[k]} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ en el instante k , $w^{[k]} \sim (0, Q^{[k]})$.

Es importante hacer notar al lector que, en lo que sigue, la formulación escogida para el filtro se diferencia de la formulación clásica para una mayor claridad en la explicación, al distinguir entre predicción y estimación del estado, las cuales se denotan por los subíndices P y E respectivamente. Estas variables se nombran así en el presente documento por considerarse una manera correcta de marcar la separación entre ambas fases, la fase de actualización temporal y la fase de actualización con las observaciones. Una vez hecha la aclaración, se describe el algoritmo paso a paso.

1. Se obtiene una medida u observación del sistema real $x_O^{[k]} \in \mathbb{R}^q$, donde q es el número de variables observadas, teniendo en cuenta que puede estar sometida a cierto ruido $v^{[k]} \in \mathbb{R}^q$. El filtro de Kalman supone que $v^{[k]}$ sigue una normal de media igual a cero y varianza $R^{[k]} \in \mathbb{R}^{q \times q}$ en el instante k , $v^{[k]} \sim (0, R^{[k]})$. De este modo, se tiene:

$$x_O^{[k]} = H^{[k]} x_R^{[k]} + v^{[k]}, \quad 2.2$$

donde $H^{[k]} \in \mathbb{R}^{q \times m}$ es una matriz que relaciona las observaciones con el estado del sistema, el cual puede no ser accesible.

2. Por otro lado, se realiza una predicción $x_p^{[k]}$ del sistema a partir de una estimación previa de su estado $x_E^{[k-1]}$ y del control $u^{[k]}$, que también se considera accesible, sobre el comportamiento del mismo a través de la matriz $A^{[k]}$:

$$x_p^{[k]} = A^{[k]} \cdot x_E^{[k-1]} + B^{[k]} u^{[k]}. \quad 2.3$$

Para el arranque del filtro, $k = 1$, $x_E^{[0]}$ se escoge según el conocimiento que se tenga del sistema o tomando un valor relacionado con la observación en el instante inicial.

3. Se calcula la matriz de covarianza de los errores de la predicción $P_p^{[k]} \in \Re^{m \times m}$. De la ecuación 2.3, según [4], se desprende una relación para $P_p^{[k]}$, a través de la varianza de la predicción del estado:

$$P_p^{[k]} = A^{[k]} P_E^{[k-1]} A^{[k]T} + Q^{[k]}, \quad 2.4$$

donde $P_E^{[k-1]}$ es la matriz de covarianza de los errores de la estimación. Para el arranque del filtro, corresponderá a los errores de la primera estimación; si ésta coincide con una observación, entonces coincidirá con la varianza de la observación $R^{[1]}$.

4. Por último, la estimación del estado en el instante actual, se obtiene como una combinación de la predicción y la observación.

$$x_E^{[k]} = x_p^{[k]} + K^{[k]} (x_O^{[k]} - H^{[k]} x_p^{[k]}). \quad 2.5$$

donde $K^{[k]}$ es la ganancia de Kalman. Es necesario pues, exponer los pasos con los que se llega a la ecuación que define a la matriz $K^{[k]}$. Primero, se presenta la fórmula que permite la actualización de la matriz de covarianza de errores a posteriori $P_E^{[k]}$:

$$P_E^{[k]} = (I - K^{[k]} H^{[k]}) P_p^{[k]} (I - K^{[k]} H^{[k]})^T + K^{[k]} R^{[k]} (K^{[k]})^T, \quad 2.6$$

donde la ecuación 2.6 para $P_E^{[k]}$ se desprende de forma semejante a la ecuación 2.4 para $P_p^{[k]}$, a través de las varianzas de $x_E^{[k]}$ y de $x_O^{[k]}$ y la ecuación 2.2:

$$x_E^{[k]} = x_p^{[k]} + K^{[k]} (H^{[k]} x_R^{[k]} + v^{[k]} - H^{[k]} x_p^{[k]}). \quad 2.7$$

$$P_E^{[k]} = (I - K^{[k]} H^{[k]}) E \left[(x_R^{[k]} - x_p^{[k]}) (x_R^{[k]} - x_p^{[k]})^T \right] (I - K^{[k]} H^{[k]}) + K^{[k]} E \left[v^{[k]} (v^{[k]})^T \right] (K^{[k]})^T. \quad 2.8$$

Ahora bien, como se pretende minimizar la suma de los errores cuadrados medios en la matriz $P_E^{[k]}$, se plantea hacerlo a través de su traza, ya que en la matriz de covarianza de errores ambos valores se corresponden. Como dicha ganancia es la óptima:

$$\frac{dT[P_E^{[k]}]}{dK^{[k]}} = -2 (H^{[k]} P_p^{[k]})^T + 2K^{[k]} (H^{[k]} P_p^{[k]} H^{[k]T} + R^{[k]}) = 0, \quad 2.9$$

siendo $T[P_E^{[k]}]$ la traza de la matriz, y de la que se llega a la expresión que se utiliza de la ganancia de Kalman:

$$K^{[k]} = P_p^{[k]} H^{[k]T} (H^{[k]} P_p^{[k]} H^{[k]T} + R^{[k]})^{-1}. \quad 2.10$$

Las matrices $Q^{[k]}, R^{[k]}, A^{[k]}, B^{[k]}$ y $H^{[k]}$ pueden cambiar en cada iteración, de ahí la dependencia con el instante de tiempo k .

Ya presentadas las ecuaciones asociadas al filtro de Kalman, para facilitar la comprensión del funcionamiento del algoritmo se presenta un esquema (Figura 2.1) sobre cómo se realizaría cada iteración. En la Figura 2.1, como se puede observar, se distinguen dos pasos diferenciados, la actualización de la predicción (time update) y la actualización de la estimación (measurement update).

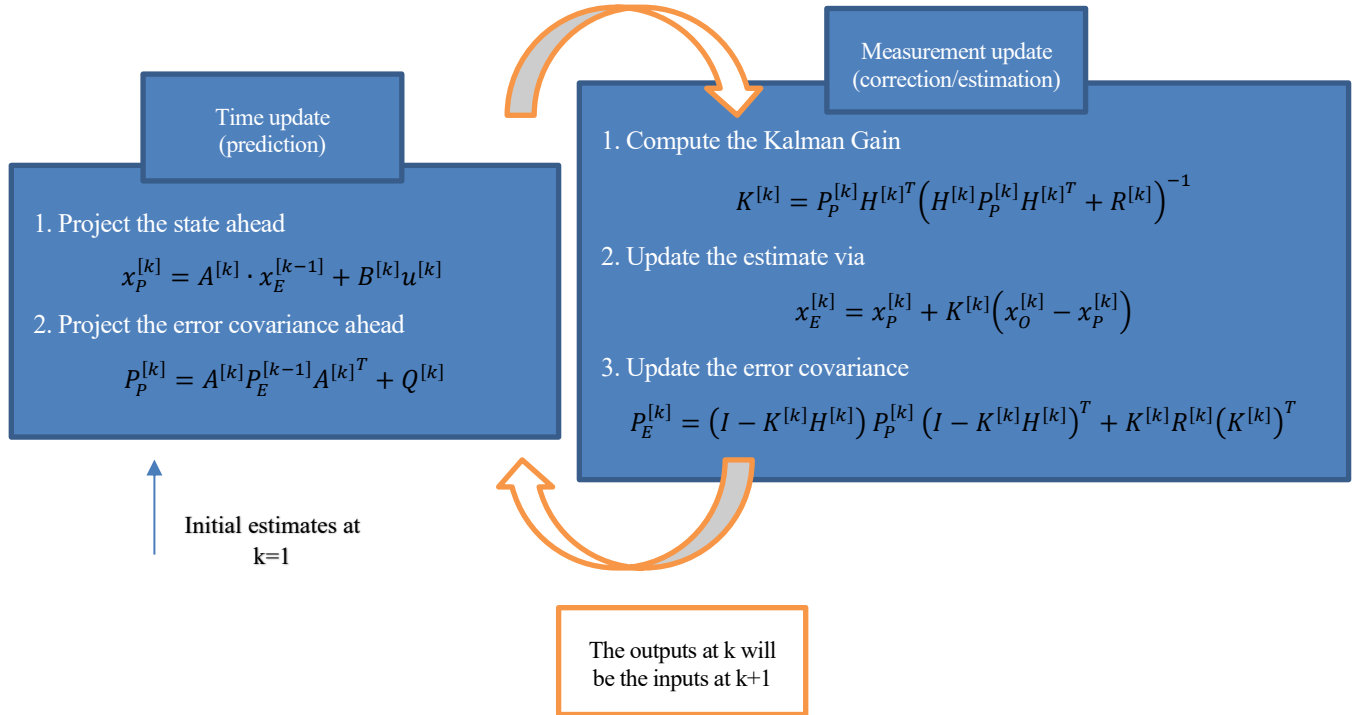


Figura 2.1 Esquema del filtro de Kalman

2.1.2 Ejemplos

Se ilustra a continuación el funcionamiento del filtro de Kalman mediante dos ejemplos. En el primero, el estado del sistema se mantiene constante; en el segundo, el estado del sistema evoluciona como una rampa. Las funciones de ambos sistemas se describen más adelante.

En un principio, en los ejemplos supuestos en el presente capítulo se asumen constantes a lo largo del tiempo las matrices $Q^{[k]}, R^{[k]}, A^{[k]}, B^{[k]}$ y $H^{[k]}$. La predicción del estado del sistema en un instante k se supone igual a la estimación del estado en un instante $k - 1$, por lo que $A^{[k]} = 1$ o una matriz semejante; en algunos ejemplos hay control, pero la matriz $B^{[k]}$ no varía; los errores $Q^{[k]}$ y $R^{[k]}$ se suponen gaussianos; y la matriz $H^{[k]}$, al coincidir estado observado y estado del sistema, en este capítulo será igual a 1.

Primer ejemplo

En el primer ejemplo se considera un sistema cuyo estado permanece constante en torno a cero y no hay control. De este modo, la función $x_R^{[k]} = A x_R^{[k-1]} + B u^{[k]} + w^{[k]}$ se reduce a $x_R^{[k]} = x_R^{[k-1]} + w^{[k]}$, siendo $x_R^{[1]} = 0$. En cuanto a la predicción del sistema, se considera que el estado permanece constante $x_p^{[k]} = x_E^{[k-1]}$. Los valores asociados a los errores se suponen constantes $Q^{[k]} = 0,1$ y $R^{[k]} = 1$.

En la Figura 2.2, se observa que el estado real del sistema (línea negra) se sitúa en valores en torno a cero a lo largo de todo el tiempo del análisis, teniendo en cuenta la desviación producida por el ruido gaussiano $w^{[k]}$. Las observaciones (asteriscos verdes) oscilan más debido al error que se presenta en la medida, $v^{[k]}$. Y, por último, dado el modelo de predicción y estimación, los valores de ambas (en rojo y azul respectivamente) se sitúan en torno a cero y tienden a seguir ligeramente el valor de las observaciones. Al asumir en la predicción que el estado permanece constante, ésta es igual a la estimación pero desfasada una iteración. El filtro de

Kalman, mediante su ganancia, toma en la predicción y la estimación el valor más verosímil del sistema dadas las observaciones que se producen en cada instante de tiempo. En este caso, en cuanto a la tendencia, se podría considerar que está reflejando el comportamiento real del sistema.

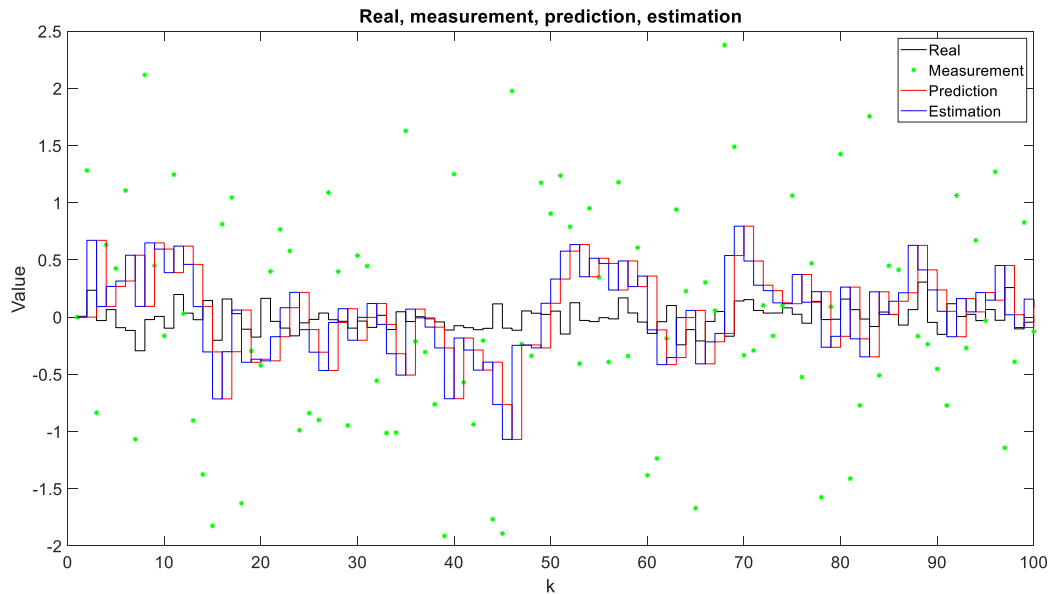


Figura 2.2 Filtro de Kalman básico, primer ejemplo

Segundo ejemplo

En el segundo ejemplo, la función $x_R^{[k]} = A x_R^{[k-1]} + B u^{[k]} + w^{[k]}$ se reduce a $x_R^{[k]} = x_R^{[k-1]} + 1 + w^{[k]}$. Es decir, en este caso hay control y el sistema evoluciona como una rampa, sumándole además el ruido blanco $w^{[k]}$ en cada instante de tiempo. La predicción se considera igual que en el ejemplo anterior, $x_P^{[k]} = x_E^{[k-1]}$, suponiendo que el estado permanece constante. Los valores de $Q^{[k]}$ y $R^{[k]}$ vuelven a ser los anteriores.

De forma semejante al caso anterior, se puede observar en la Figura 2.3 cómo el filtro tiende a seguir la evolución de las observaciones. Es importante destacar en este caso cómo la estimación se asemeja más a la realidad en comparación con la predicción.

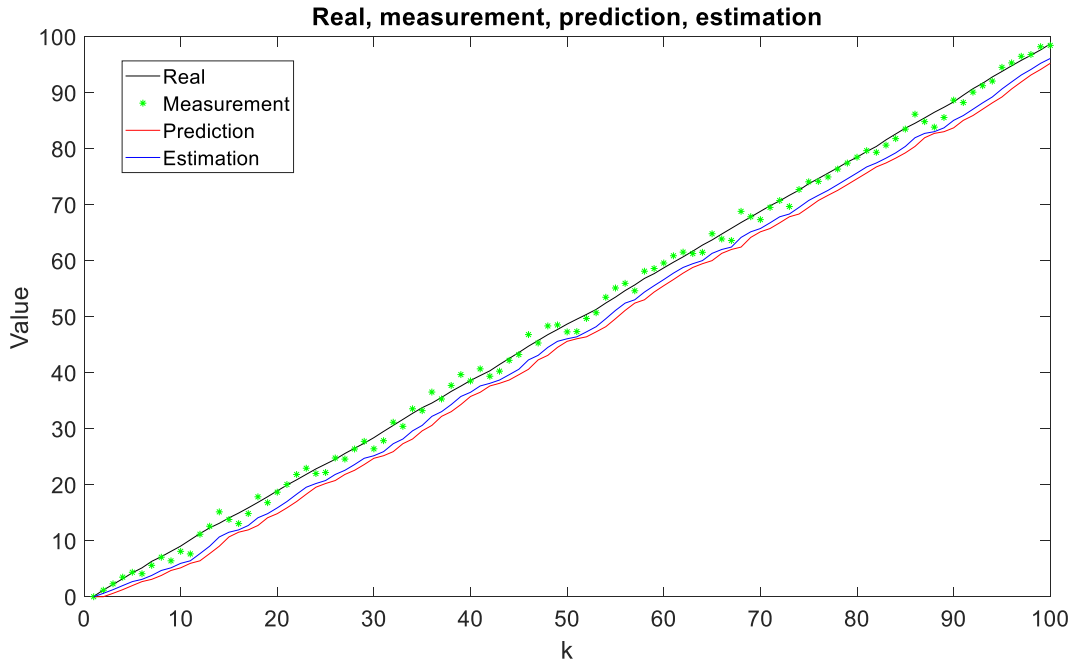


Figura 2.3 Filtro de Kalman básico, segundo ejemplo

2.2 Ensemble Kalman Filter

2.2.1 Descripción

La estructura del Ensemble Kalman Filter (EnKF o Filtro de Kalman por conjuntos) es semejante a la del Filtro de Kalman expuesto anteriormente, salvo que ahora no se parte de un estado inicial x_E , sino de un vector de vectores, o un vector conjunto de valores de cada variable $x_E^{[k]}$, $x_E^{[k]} = [x_{E_1}^{[k]}, x_{E_2}^{[k]}, \dots, x_{E_n}^{[k]}]^T$, donde $x_{E_i}^{[k]}$ es el valor de las estimaciones en un miembro i en un instante k . Es decir, si antes $x_E^{[k]} \in \mathbb{R}^m$, porque el estado estaba compuesto de m variables, ahora $x_E^{[k]} \in \mathbb{R}^r$, porque el estado estaría compuesto de r componentes, siendo $r = m \cdot n$, m variables con n miembros o valores para cada variable.

De igual manera ocurre con las observaciones de las variables de estado, ahora $x_O^{[k]}$ pasa a ser también un vector de valores, de la manera: $x_O^{[k]} = [x_{O_1}^{[k]}, x_{O_2}^{[k]}, x_{O_3}^{[k]}, \dots, x_{O_n}^{[k]}]^T$. Hay implementaciones del EnKF en las que las observaciones pueden ser diferentes para cada miembro. Para el EnKF básico $x_{O_1}^{[k]} = x_{O_2}^{[k]} = \dots = x_{O_n}^{[k]}$, es decir, para todos los miembros la observación se considera la misma.

Siendo así, la formulación es muy semejante a la del filtro de Kalman básico:

$$x_R^{[k]} = A^{[k]} x_R^{[k-1]} + B^{[k]} u^{[k]} + w^{[k]}. \quad 2.11$$

A partir de la realidad, se obtiene una medida del sistema real teniendo en cuenta que puede estar sometida a cierto ruido $v^{[k]}$.

$$x_O^{[k]} = H^{[k]} x_R^{[k]} + v^{[k]}. \quad 2.12$$

Las dimensiones de $A^{[k]}$, $B^{[k]}$, $w^{[k]}$, $H^{[k]}$ y $v^{[k]}$ deben ajustarse a las dimensiones dadas por $x_R^{[k]}$ y $x_O^{[k]}$, conforme al desarrollo planteado para $x_E^{[k]}$.

Se realiza una predicción $x_p^{[k]}$ sobre el comportamiento del proceso, a partir de una estimación previa $x_E^{[k-1]}$ que es necesaria para el arranque como se comentó en el algoritmo anterior.

$$x_p^{[k]} = A^{[k]} \cdot x_E^{[k-1]} + B^{[k]} u^{[k]}. \quad 2.13$$

Es importante hacer notar que en la estructura del Ensemble Kalman Filter es viable, e incluso aconsejable, separar el problema de la media de los miembros y el problema de las perturbaciones de los miembros con respecto a dicha media. De esta manera, $x_E^{[k]}$ se descompone para el cálculo en $\bar{x}_E^{[k]} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{E_i}^{[k]}$, y $x'_E{}^{[k]} = [x_{E_1}^{[k]} - \bar{x}_E^{[k]}, x_{E_2}^{[k]} - \bar{x}_E^{[k]}, \dots, x_{E_n}^{[k]} - \bar{x}_E^{[k]}]^T$.

Como se puede observar, parte de la formulación del EnKF es idéntica a la del KF básico. Las principales diferencias radican en el cálculo de la matriz de covarianza de errores a priori/predicción $P_p^{[k]}$.

$$P_p^{[k]} = x'_p{}^{[k]} x'_p{}^{[k]T}, \quad 2.14$$

donde $x'_p{}^{[k]} = [x_{p_1}^{[k]} - \bar{x}_p^{[k]}, x_{p_2}^{[k]} - \bar{x}_p^{[k]}, \dots, x_{p_n}^{[k]} - \bar{x}_p^{[k]}]$ representa la diferencia de cada uno de los valores a la media del conjunto, de forma semejante a $x'_E{}^{[k]}$. Ahora no es necesario el cálculo de la matriz P_E , ya que la actualización viene dada por la varianza del conjunto de miembros del vector de valores del estado $x_E^{[k-1]}$, a diferencia de los cálculos que se realizaban en el Filtro de Kalman básico.

Tampoco es necesario hallar la matriz de errores $Q^{[k]}$ por su relación con los valores del vector de valores, ya que la covarianza de errores, a través de la ecuación 2.14, queda definida mediante la dispersión que se obtiene en los distintos estados $x_p^{[k]}$ del proceso.

De manera semejante al filtro de Kalman básico, la expresión de la ganancia de Kalman, asociada al filtro que se está procesando tendría la siguiente expresión:

$$K^{[k]} = P_p^{[k]} H^{[k]T} (H^{[k]} P_p^{[k]} H^{[k]T} + R^{[k]})^{-1}. \quad 2.15$$

Por último, se calculan los valores de las estimaciones que realiza el filtro de Kalman, que, además, servirán como entrada para la siguiente iteración.

$$x_E^{[k]} = x_p^{[k]} + K^{[k]} (x_O^{[k]} - H^{[k]} x_p^{[k]}). \quad 2.16$$

$$P_E^{[k]} = (I - K^{[k]} H^{[k]}) P_p^{[k]} (I - K^{[k]} H^{[k]})^T + K^{[k]} R^{[k]} (K^{[k]})^T. \quad 2.17$$

La ecuación 2.16 puede ser desglosada de manera que se tiene la evolución de la media de la estimación separada de la evolución de las perturbaciones con respecto a la media.

$$\bar{x}_E^{[k]} = \bar{x}_p^{[k]} + \bar{K}^{[k]} (\bar{x}_O^{[k]} - H^{[k]} \bar{x}_p^{[k]}). \quad 2.18$$

$$x'_E{}^{[k]} = x'_p{}^{[k]} + \tilde{K}^{[k]} (x'_O{}^{[k]} - H^{[k]} x'_p{}^{[k]}), \quad 2.19$$

donde $\bar{K}^{[k]}$ es la ganancia del filtro de Kalman para el problema de la media, y $\tilde{K}^{[k]}$ es la ganancia del filtro de Kalman para el problema de las perturbaciones. $\bar{K}^{[k]}$ se escoge de manera que $\bar{K}^{[k]} = K^{[k]}$, y el valor de $\tilde{K}^{[k]}$ depende de la variación del filtro de conjuntos que se utilice, en el Ensemble Kalman Filter: $\tilde{K}^{[k]} = K^{[k]}$ [5].

Por lo que las ecuaciones 2.18 y 2.19 quedarían de la siguiente manera:

$$\bar{x}_E^{[k]} = \bar{x}_P^{[k]} + K^{[k]} \left(\bar{x}_O^{[k]} - H^{[k]} \bar{x}_P^{[k]} \right). \quad 2.20$$

$$x'_E{}^{[k]} = x'_P{}^{[k]} + K^{[k]} \left(x'_O{}^{[k]} - H^{[k]} x'_P{}^{[k]} \right). \quad 2.21$$

Si es desglosada de esa manera, por un lado, se resuelve en términos de valores medios de los conjuntos (\bar{x}_P , \bar{x}_E) y la media de las observaciones (\bar{x}_O); y, por otro lado, se resuelve en términos de desviaciones con respecto a la media (x'_P , x'_E y x'_O). El vector $x'_O{}^{[k]}$ sería un vector de ceros en el caso de que todos los miembros del conjunto se actualizaran con la misma observación.

En el Ensemble Kalman Filter, el estado tiende a subestimar la evolución real del sistema, dando lugar a cierta divergencia con respecto a la realidad. Esto es debido a cómo se produce la actualización de la predicción/estimación haciendo que $P_p^{[k]}$ disminuya su valor, produciendo que en el algoritmo se deje de tener tan en cuenta el valor que se obtiene de las observaciones conforme va pasando el tiempo y teniendo más en cuenta la propia dinámica que se impone en el sistema. Es decir, la matriz $Q^{[k]}$ del filtro de Kalman, que no se calcula de forma explícita pero va incluida en el cálculo de $P_p^{[k]}$ según la expresión 2.5 del apartado anterior, tiende a ser pequeña. De esta forma, se “confía” más en la estimación del estado y menos en las observaciones.

Para solventar este problema, se puede manipular de forma artificial el valor de $R^{[k]}$, incrementando la ganancia, dando lugar a que se pondere más la observación que la estimación del estado, visto en el ejemplo “4.3 Sparse observation” de la referencia [6], aunque esto no terminaría de impedir que las correcciones del EnKF se alejen de las observaciones con el paso del tiempo. En ese sentido, un ruido del modelo “convenientemente escogido” permite mantener un conjunto con unas buenas propiedades en cuanto a rango durante la simulación, sección 11.5 de [7].

2.2.2 Ejemplo

Para observar el comportamiento de esta variedad del filtro de Kalman, se resuelve el segundo sistema expuesto en el apartado del Filtro de Kalman básico, sección 2.1.2, donde la función $x_R^{[k]} = A x_R^{[k-1]} + B u^{[k]} + w^{[k]}$ se reduce a $x_R^{[k]} = x_R^{[k-1]} + 1 + w^{[k]}$. Es decir, hay control y el sistema evoluciona como una rampa, sumándole además el ruido blanco $w^{[k]}$ en cada instante de tiempo. En este ejemplo, el valor de $R^{[k]}$ vuelven a ser el anterior $R^{[k]} = 1$, cabe aclarar que dado que sólo se tiene una variable y una observación, se asume que es la misma $R^{[k]}$ para todos los miembros del conjunto. Además, se escoge, de manera arbitraria, que el número de miembros del conjunto es 100. Los miembros se generan de manera aleatoria en el arranque, a partir de una distribución normal de media 0 y desviación estándar $\sqrt{0,1}$, mismo valor que en la sección 2.1.2.

Siendo así, se presenta en la Figura 2.4 cómo de rápido convergen y colapsan el conjunto de valores que forman el vector de estimaciones del estado. En el instante inicial cada miembro ha sido generado aleatoriamente, por lo que se aprecia un abanico de valores en las estimaciones. Este abanico se cierra rápidamente, es decir, los miembros de la estimación acaban tomando prácticamente el mismo valor.

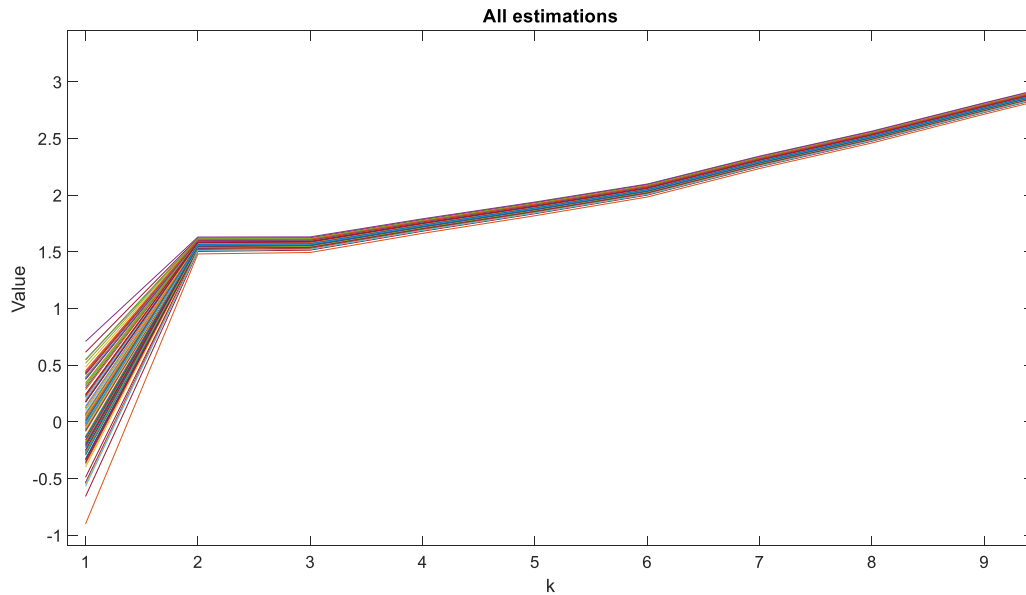


Figura 2.4 EnKF, todas las estimaciones del vector estado, ejemplo

Representándolo en términos medios, es decir, hallando la media del conjunto de las estimaciones y del conjunto de las predicciones para cada instante de tiempo, se presentan las Figuras 2.5 y 2.6. En la Figura 2.5 se aprecia la diferencia considerable que se produce entre realidad y estimación, la realidad se comporta de una manera que no está siendo capturada por el EnKF. Las estimaciones están infraestimadas con respecto a la realidad, aunque capten la tendencia creciente.

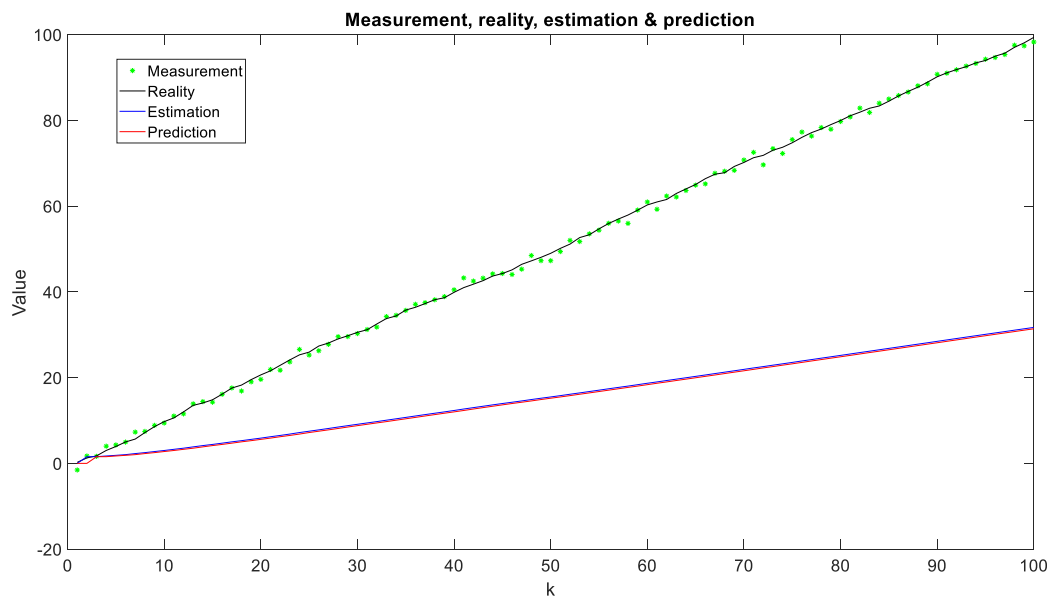


Figura 2.5 EnKF. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, ejemplo

En la vista en detalle, Figura 2.6, se tiene que prácticamente desde el primer instante, las predicciones/estimaciones dejan de fiarse de las observaciones, y sólo tienen en cuenta su propio comportamiento. Esto produce que el filtro no realice un seguimiento de las observaciones ni prediga la evolución del estado del sistema. Este fenómeno se debe al cálculo de la ganancia de Kalman y la poca verosimilitud que le otorga a las observaciones, fenómeno ya comentado en [8].

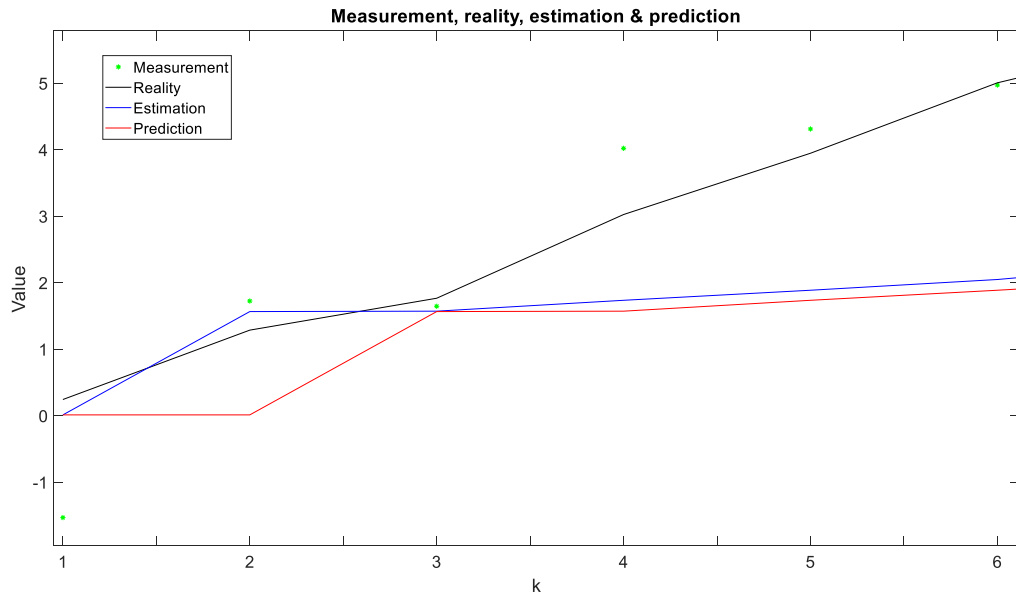


Figura 2.6 EnKF. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, detalle del ejemplo

Además de observar el comportamiento en términos de los valores medios de la estimación y la predicción, se analiza cómo se comporta el “canal” de valores marcado por el máximo y mínimo de las estimaciones en cada instante de tiempo. En la Figura 2.7 no se aprecian las tres curvas (máxima, media y mínima) dado que se solapan desde el principio. Como no es visible el momento en el que se produce el solape, se presenta también la figura 2.8, el detalle de los instantes iniciales. En esta figura, parece que el filtro sólo es capaz de seguir las primeras observaciones, a partir de ahí detecta la tendencia creciente pero de forma muy somera.

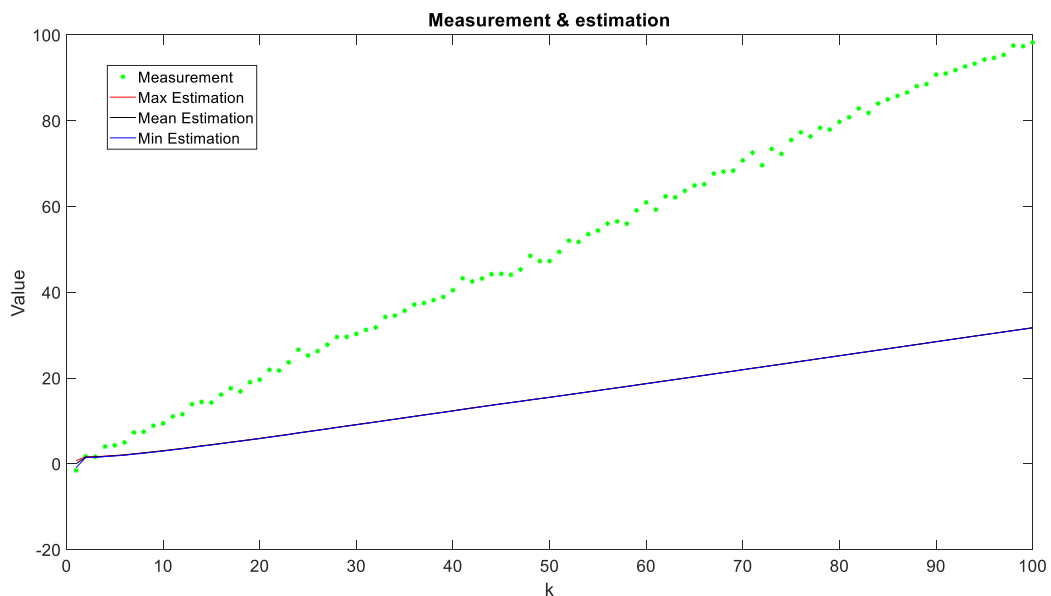


Figura 2.7 EnKF. Observaciones, estimaciones máxima, media y mínima, ejemplo

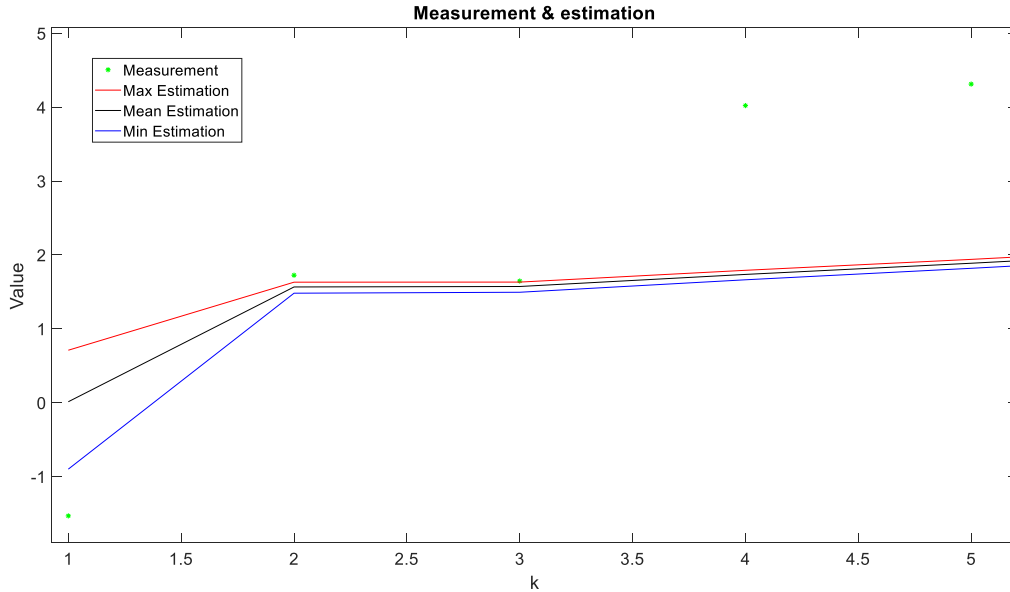


Figura 2.8 EnKF. Observaciones, estimaciones máxima, media y mínima, detalle del ejemplo

2.3 Ensemble Kalman Filter con perturbaciones

Una de las vías para evitar la falta de convergencia hacia las observaciones presente en el apartado anterior consiste en añadir perturbaciones en las observaciones. Estas perturbaciones se añaden de manera artificial para mantener unos valores que se consideren viables de las matrices de errores $P_P^{[k]}$, evitando la disminución excesiva en los valores de esta matriz. Lo que da lugar al nombre del método: Ensemble Kalman filter with perturbations. De esta manera, introduciendo modificaciones en el paso del cálculo de $x_E^{[k]}$ la ecuación 2.16 se sustituye por:

$$x_E^{[k]} = x_P^{[k]} + K^{[k]} \left(x_{O,pert}^{[k]} - H^{[k]} x_P^{[k]} \right), \quad 2.22$$

donde hay que tener en cuenta que las observaciones ya no son $x_O^{[k]}$ sino $x_{O,pert}^{[k]}$, unas observaciones perturbadas. Estas nuevas observaciones se obtienen sumando un ruido aleatorio a las observaciones originales, $x_{O,pert}^{[k]} = x_O^{[k]} + r^{[k]}$, y éste se modela como una normal de media cero y varianza $R^{[k]}$, $r^{[k]} \sim N(0, R^{[k]})$. Es decir, a cada observación se la perturba con el error de las observaciones. De esta manera, a cada miembro del conjunto se le asocia una perturbación ligeramente diferente. Esto permite a efectos prácticos que en cada iteración la varianza del vector estado no tienda a cero. Por tanto, y dadas las características del algoritmo, los errores $P_P^{[k]}$ que afectan al cálculo de la ganancia de Kalman $K^{[k]}$, ya no impiden que ésta produzca el ajuste de las predicciones/estimaciones al valor de las observaciones. Aplicando esto, la predicción/estimación del sistema no diverge y tiende a una evolución más leal del comportamiento real del sistema en base a las observaciones.

Como se puede observar en la Figura 2.9, hay bastante diferencia con respecto al caso anterior, en el que todas las estimaciones tendían a colapsar sobre un valor desde los primeros instantes. Ahora eso no ocurre, se sigue la rampa marcada por el control del sistema (de pendiente 1).

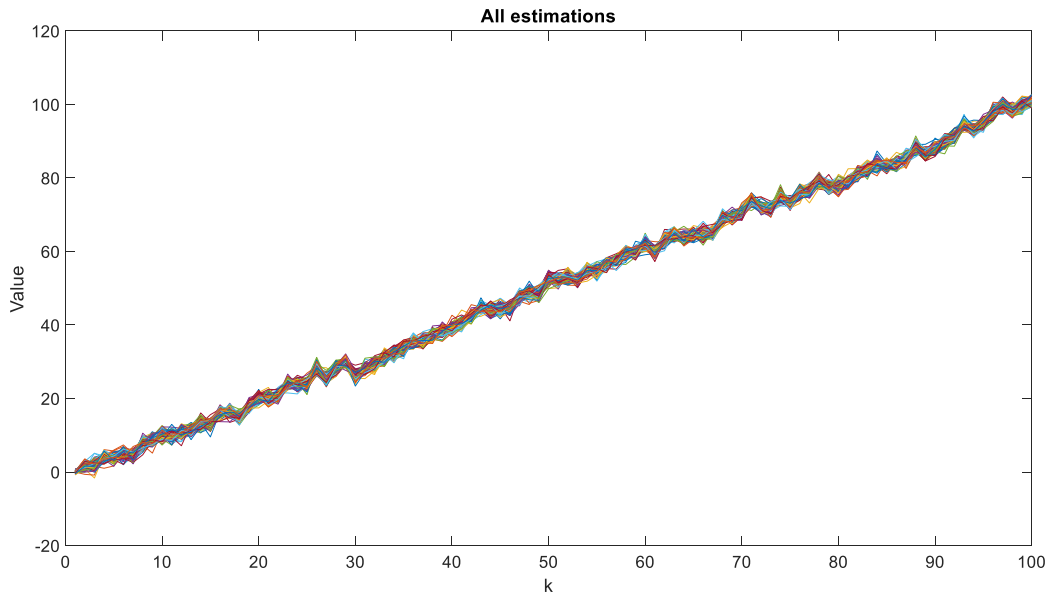


Figura 2.9 EnKF perturbado, todas las estimaciones del vector estado, ejemplo

Cabe mencionar que el arranque en el instante inicial se realiza de la misma manera que en el apartado anterior.

Al perturbar las observaciones, se puede vislumbrar en Figura 2.10 cómo la estimación media se aproxima a la evolución real del sistema, cosa que no ocurría en el caso sin perturbar. Además, dados los valores de $P_p^{[k]}$ que se obtienen (del orden de unas 100 veces $R^{[k]}$ cuando se tienen 100 miembros en el conjunto), la estimación (en azul) tiende a coincidir con las observaciones en cada instante de tiempo (asteriscos verdes). Centrando el detalle en los primeros instantes en los que empieza a funcionar el filtro, se puede apreciar un comportamiento muy distinto al del filtro sin perturbaciones.

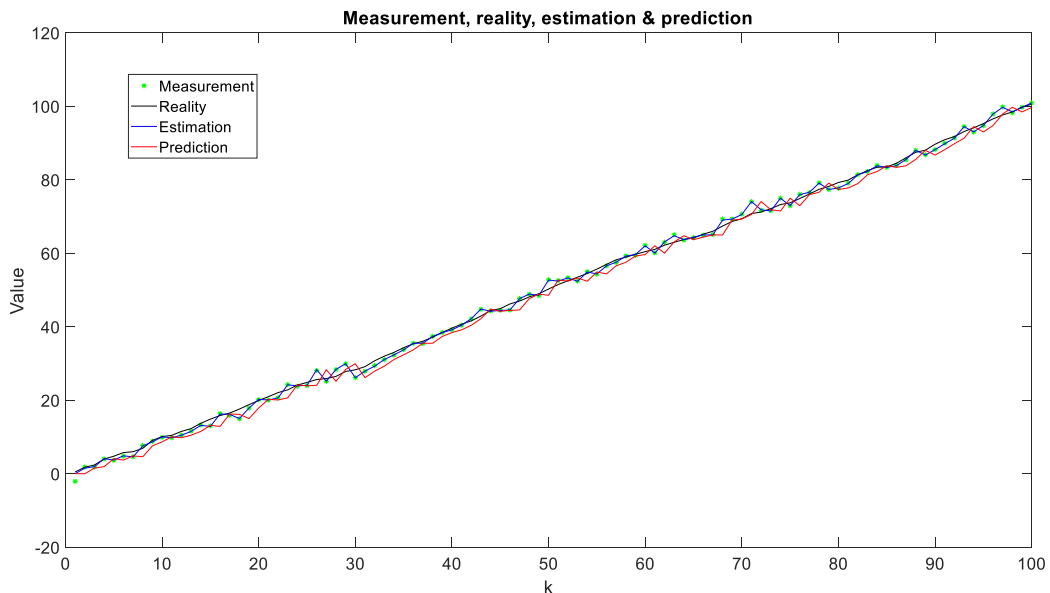


Figura 2.10 EnKF perturbado. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, ejemplo

En la Figura 2.11, se puede observar que la predicción media es ligeramente peor que la estimación media (algo evidente debido a cómo se formula el algoritmo), y que esta última tiende a ajustarse a las observaciones. La diferencia con la Figura 2.6 permite hacerse una idea de la mejora que produce incluir perturbaciones en las observaciones a la hora de realizar las estimaciones del comportamiento del sistema, siguiendo el algoritmo del Ensemble Kalman Filter.

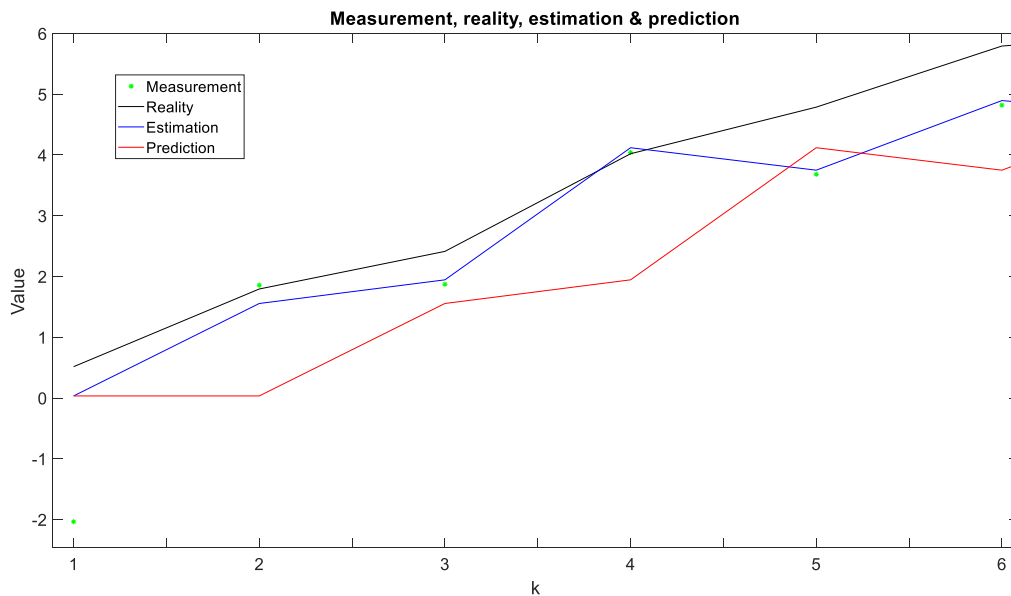


Figura 2.11 EnKF perturbado. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, detalle del ejemplo

En la Figura 2.12 se presentan las estimaciones máxima, media y mínima, que forman un “canal” con el que se consigue que las observaciones estén incluidas dentro del “canal” de estimaciones que forman, cosa que no ocurría en el EnKF sin perturbaciones, cuyo comportamiento fue presentado en la Figura 2.7.

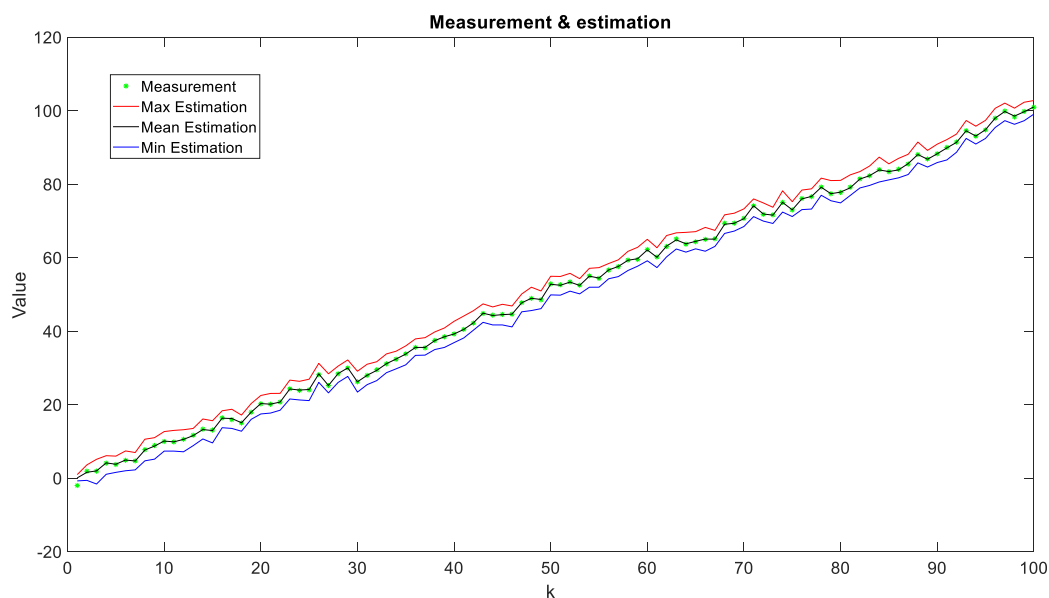


Figura 2.12 EnKF perturbado. Observaciones y estimaciones máxima, media y mínima

Mostrando el detalle de los instantes iniciales en la Figura 2.13, los valores de las estimaciones permiten hacernos una idea de los valores máximos y mínimos que podría tener el sistema según el rango de perturbaciones que se añaden a las observaciones. Obteniendo así una buena aproximación, en términos medios de la viabilidad de estimar el estado del sistema.

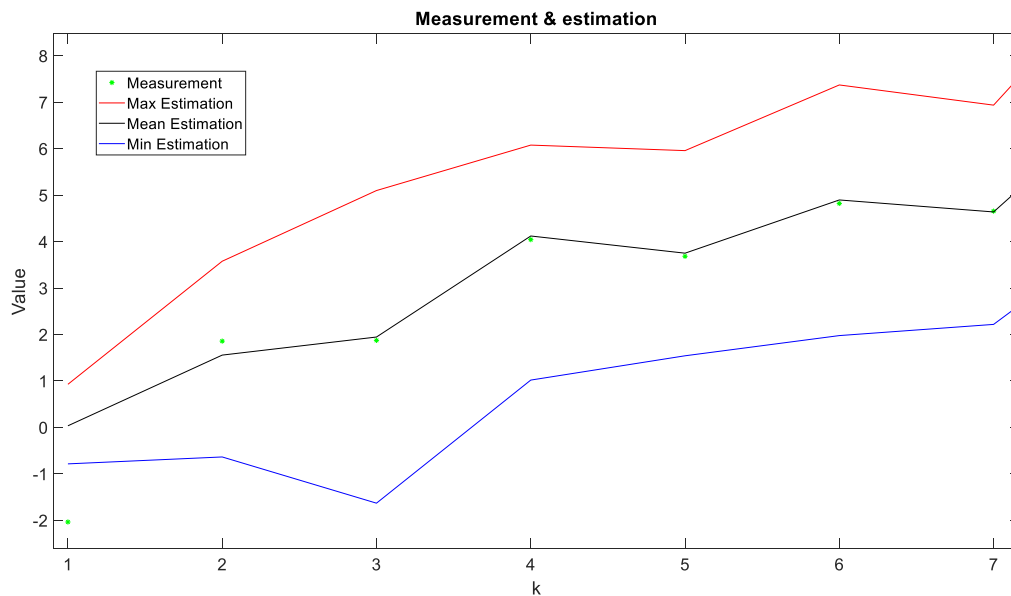


Figura 2.13 EnKF perturbado. Observaciones y estimaciones máxima, media y mínima. Detalle

Por último, en la Figura 2.14, se puede observar el comportamiento a rasgos generales de la desviación típica en función del número de miembros y el tiempo para los dos métodos (EnKF y EnKF perturbado). En la figura presentada, las líneas, de dos en dos, van asociadas a un número determinado de miembros. En el caso del EnKF (sin perturbar), los resultados de la desviación típica son las líneas continuas, más suaves, con tendencia descendente. En el caso del EnKF perturbado, son las líneas discontinuas, con más variaciones a lo largo del tiempo.

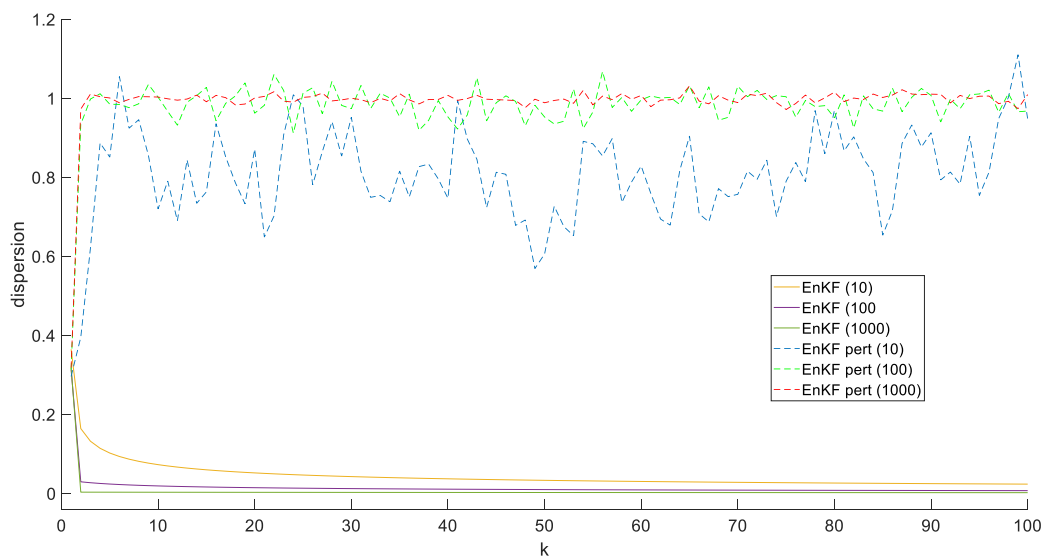


Figura 2.14 Desviación típica para EnKF y EnKF perturbado para distintos números de miembros

En el caso de que no se perturben las observaciones, la tendencia de la desviación típica es a cero conforme aumentan las iteraciones (conforme pasa el tiempo), siendo, además, más rápida la disminución de la desviación típica cuanto mayor es el número de miembros del conjunto. Esto produce que en el EnKF sin perturbaciones el comportamiento estimado del sistema difiera del comportamiento observado y aumente la diferencia conforme pasa el tiempo.

En el caso de que sí se perturben las observaciones, mediante el error $R^{[k]}$ que se ha modelado con un valor de desviación típica igual a 1, se tiene que cuanto mayor sea el número de miembros, más cercano a este valor se encuentra la desviación en el conjunto, y más suave tiende a ser la curva. Esto permite que, en la resolución, se evite que la simulación del comportamiento converja a unos valores sin relación alguna con la realidad o las observaciones. Es más, en términos generales, el comportamiento estimado tenderá hacia el comportamiento observado del sistema, con apenas diferencias. Esto es debido a que al haber un mayor número de miembros, la distribución de los valores se asemeja más a una normal.

El impacto sobre el sistema de introducir perturbaciones con el error en las observaciones ($R^{[k]}$), se aprecia también la matriz de covarianza de errores $P_p^{[k]}$. Cuando no se tienen perturbaciones, la desviación del vector x'_p tiende a cero, y por tanto $P_p^{[k]}$ también lo hace, pero al introducir las perturbaciones la desviación tiende a $R^{[k]}$ y el valor de $P_p^{[k]}$ ya no tiende a cero.

2.4 Ensemble Square Root Filter

Con este método (EnSqRF) se busca una modificación del EnKF que elimine la necesidad de alterar las observaciones y evitar que tanto la desviación del vector x'_p , como el valor de la matriz de errores $P_p^{[k]}$ tienda a cero, como ocurría en el EnKF original. En el EnSqRF, a diferencia del EnKF, la ganancia de Kalman del problema perturbado, $\tilde{K}^{[k]}$, ya no se corresponde con la ganancia de Kalman $K^{[k]}$. Eso sí, es necesario que dicha ganancia $\tilde{K}^{[k]}$ produzca conjuntos (miembros del Ensemble) cuya covarianza de errores satisfaga la definición de $P_E^{[k]}$ antes expuesta en la ecuación 2.17. La simplificación presentada en la ecuación 2.22 sigue siendo factible ya que el valor de $\tilde{K}^{[k]}$ sigue siendo $K^{[k]}$.

Whitaker y Hamill [5] proponen una serie de métodos diferentes para resolver este tipo de problemas. En ese sentido, partiendo de la simplificación de la expresión 2.19 a $x'_E^{[k]} = (I - \tilde{K}^{[k]}H^{[k]})x'_p^{[k]}$, sustituyendo $\tilde{K}^{[k]}$ en la expresión 2.17 que define $P_E^{[k]}$ e igualándola a una expresión parecida en la que se infraestima el error $R^{[k]}$, se llega a la ecuación 2.23 para $P_p^{[k]}$, donde se podría observar la reducción de $P_p^{[k]}$ por la introducción de observaciones:

$$(I - \tilde{K}^{[k]}H^{[k]})P_p^{[k]}(I - \tilde{K}^{[k]}H^{[k]})^T + \tilde{K}^{[k]}R^{[k]}(\tilde{K}^{[k]})^T = (I - \tilde{K}^{[k]}H^{[k]})P_p^{[k]}. \quad 2.23$$

De la que despejando $\tilde{K}^{[k]}$:

$$\tilde{K}^{[k]} = P_p^{[k]}H^{[k]T} \left[\left(\sqrt{H^{[k]}P_p^{[k]}H^{[k]T} + R^{[k]}} \right)^{-1} \right]^T \left[\sqrt{H^{[k]}P_p^{[k]}H^{[k]T} + R^{[k]}} + \sqrt{R^{[k]}} \right]^{-1}. \quad 2.24$$

Dadas las características de la búsqueda de la matriz raíz cuadrada, hay varios métodos que permiten resolver dicha ecuación. En concreto, se presta atención al método que utiliza Evensen, basado en desarrollos propios y de Hamill, descrito en el capítulo 13 de [7]. El método presentado por Evensen permite resolver el problema sin calcular las ganancias $\tilde{K}^{[k]}$ y $\tilde{K}^{[k]}$ de forma explícita.

Además, como ya se presentaba antes, la estimación puede separarse para realizar los cálculos. Por un lado, en estimación media $\bar{x}_E^{[k]}$ y por otro lado en perturbación con respecto a la estimación media $x'_E^{[k]}$. De esta manera, de igual forma que en la formulación anterior, la actualización del sistema viene dada por la suma de la componente media y las perturbaciones con respecto a la media:

$$x_E^{[k]} = x_E'^{[k]} + \bar{x}_E^{[k]}. \quad 2.25$$

$$x_E^{[k]} = x_P^{[k]} + K^{[k]} \left(x_O^{[k]} - H^{[k]} x_P^{[k]} \right). \quad 2.26$$

$$\bar{x}_E^{[k]} = \bar{x}_P^{[k]} + \bar{K}^{[k]} \left(\bar{x}_O^{[k]} - H^{[k]} \bar{x}_P^{[k]} \right). \quad 2.27$$

$$x_E'^{[k]} = x_P'^{[k]} + \tilde{K}^{[k]} \left(x_O'^{[k]} - H^{[k]} x_P'^{[k]} \right). \quad 2.28$$

Donde se podría simplificar la expresión 2.28, ya que, posteriormente, todos los miembros se actualizan con las mismas observaciones, es decir, $x_O'^{[k]} = 0$ para todos los miembros del conjunto.

Según Evensen [7], no es necesario el cálculo de forma explícita de los términos $\bar{K}^{[k]}$ y $\tilde{K}^{[k]}$, pero tal y como se puede apreciar en el desarrollo posterior, se sigue actualizando la estimación (media $\bar{x}_E^{[k]}$ y perturbada con respecto a la media $x_E'^{[k]}$) mediante alguna ganancia con respecto a la predicción (media $\bar{x}_P^{[k]}$ y perturbada con respecto a la media $x_P'^{[k]}$). A continuación, se presenta el desarrollo hecho por Evensen.

$$\begin{aligned} P_E^{[k]} &= x_E'^{[k]} x_E'^{[k]T} = (I - K^{[k]} H^{[k]}) P_P^{[k]} (I - K^{[k]} H^{[k]})^T + K^{[k]} R^{[k]} (K^{[k]})^T \\ &= \left[I - P_P^{[k]} H^{[k]T} \left(H^{[k]} P_P^{[k]} H^{[k]T} + R^{[k]} \right)^{-1} H^{[k]} \right] P_P^{[k]} \\ &= x_P'^{[k]} \left(I - x_P'^{[k]T} H^{[k]T} \left(H^{[k]} x_P'^{[k]} x_P'^{[k]T} H^{[k]T} + R^{[k]} \right)^{-1} H^{[k]} x_P'^{[k]} \right) x_P'^{[k]T} \end{aligned} \quad 2.29$$

Si se definen $S^{[k]} = H^{[k]} x_P'^{[k]}$ y $C^{[k]} = S^{[k]} S^{[k]T} + (N - 1) R^{[k]}$ según [7] y se sustituyen en la expresión 2.29, se llega a la expresión simplificada:

$$x_E'^{[k]} x_E'^{[k]T} = x_P'^{[k]} (I - S^T C^{-1} S) x_P'^{[k]T}. \quad 2.30$$

Para actualizar la media del conjunto, se parte de la expresión anterior y de la expresión 2.26:

$$\bar{x}_E^{[k]} = \bar{x}_P^{[k]} + x_P'^{[k]} S^{[k]T} C^{[k]-1} (\bar{x}_O^{[k]} - H^{[k]} \bar{x}_P^{[k]}). \quad 2.31$$

Para actualizar las perturbaciones con respecto a la media del conjunto, se empieza formando la matriz $C^{[k]}$, escrita anteriormente, asumiendo que existe su inversa. Para ello, se realiza la descomposición en autovalores:

$$Z^{[k]} \Lambda^{[k]} Z^{[k]T} = C^{[k]}. \quad 2.32$$

$$C^{[k]-1} = Z^{[k]} \Lambda^{[k]-1} Z^{[k]T} \quad 2.33$$

donde por definición $Z^{[k]}$ es una matriz ortogonal y $\Lambda^{[k]}$ es diagonal. Reescribiendo entonces la ecuación 2.32:

$$\begin{aligned} x_E'^{[k]} x_E'^{[k]T} &= x_P'^{[k]} (I - S^T C^{-1} S) x_P'^{[k]T} = x_P'^{[k]} \left(I - S^T Z^{[k]} \Lambda^{[k]-1} Z^{[k]T} S \right) x_P'^{[k]T} \\ &= x_P'^{[k]} (I - X_2^T X_2) x_P'^{[k]T}. \end{aligned} \quad 2.34$$

donde la matriz $X_2^{[k]}$ se define:

$$X_2^{[k]} = \Lambda^{[k]-1/2} Z^{[k]T} S^{[k]}. \quad 2.35$$

Una vez calculada $X_2^{[k]}$, se hace la descomposición de la matriz en valores singulares, y con ella se obtienen $V_2^{[k]}$ y $\Sigma_2^{[k]}$.

$$U_2^{[k]} \Sigma_2^{[k]} V_2^{[k]T} = X_2^{[k]}. \quad 2.36$$

Este proceso permite hallar términos $V_2^{[k]}, \Sigma_2^{[k]}$ que marcan las direcciones principales del comportamiento del conjunto de valores en cada instante de tiempo, a través de las dos descomposiciones realizadas: la descomposición en autovalores y autovectores en primer lugar y la descomposición en valores singulares en segundo lugar.

$$\begin{aligned} x_E'^{[k]} x_E'^{[k]T} &= x_P'^{[k]} \left(I - \left(U_2^{[k]} \Sigma_2^{[k]} V_2^{[k]T} \right)^T \left(U_2^{[k]} \Sigma_2^{[k]} V_2^{[k]T} \right) \right) x_P'^{[k]T} \\ &= x_P'^{[k]} \left(I - V_2^{[k]} \Sigma_2^{[k]T} \Sigma_2^{[k]} V_2^{[k]T} \right) x_P'^{[k]T} \\ &= \left(x_P'^{[k]} V_2^{[k]} \sqrt{I - \Sigma_2^{[k]T} \Sigma_2^{[k]}} \right) \left(x_P'^{[k]} V_2^{[k]} \sqrt{I - \Sigma_2^{[k]T} \Sigma_2^{[k]}} \right)^T. \end{aligned} \quad 2.37$$

Por lo tanto, una solución para el análisis de las perturbaciones con respecto a la media sería:

$$x_E'^{[k]} = x_P'^{[k]} V_2^{[k]} \sqrt{I - \Sigma_2^{[k]T} \Sigma_2^{[k]}} V_2^{[k]}. \quad 2.38$$

Es decir, ahora en vez de realizar el cálculo de forma explícita de las diferentes ganancias de Kalman, tanto para el problema medio como para el problema de las perturbaciones con respecto a la media, se hace uso de los términos $S^{[k]}, C^{[k]}$, en el cálculo de la estimación media, y los términos $V_2^{[k]}, \Sigma_2^{[k]}, \Theta$ para el cálculo de la estimación de las perturbaciones con respecto a la media.

Se podría incluir la matriz Θ , con la intención de generar perturbaciones con respecto a la media más similares a una distribución gaussiana, produciendo, así, que posibles efectos no gaussianos que habían sido incluidos en el muestreo desaparezcan.

$$x_E'^{[k]} = x_P'^{[k]} V_2^{[k]} \sqrt{I - \Sigma_2^{[k]T} \Sigma_2^{[k]}} V_2^{[k]} \Theta^T, \quad 2.39$$

donde Θ es una matriz aleatoria que debe ser ortogonal, y además preservar la media. Hay varias maneras de escoger una matriz arbitraria que cumpla con esos requisitos, en este caso, se ha utilizado una descomposición en valores singulares y un algoritmo QR. La matriz Θ es utilizada en para hallar la llamada “solución simétrica de la raíz cuadrada”. Es esta expresión la que se suele utilizar en el algoritmo EnSqRF.

Aún así, cabe destacar que tanto la ecuación 2.38 como la ecuación 2.39 se consideran válidas para resolver el problema de las perturbaciones con respecto a la media.

Como se puede observar en la Figura 2.15, las estimaciones no colapsan, tal y como hacían en el EnKF. La manera en la que se comporta el conjunto de miembros del Ensemble es muy parecido al comportamiento de las estimaciones del filtro EnKF con perturbaciones. Ahora bien, se dejan de introducir perturbaciones directamente en las observaciones $x_{O,pert}^{[k]} = x_O^{[k]} + r^{[k]}$, y se tiende a que las actualizaciones del problema de las perturbaciones con respecto a la media tiendan a una gaussiana.

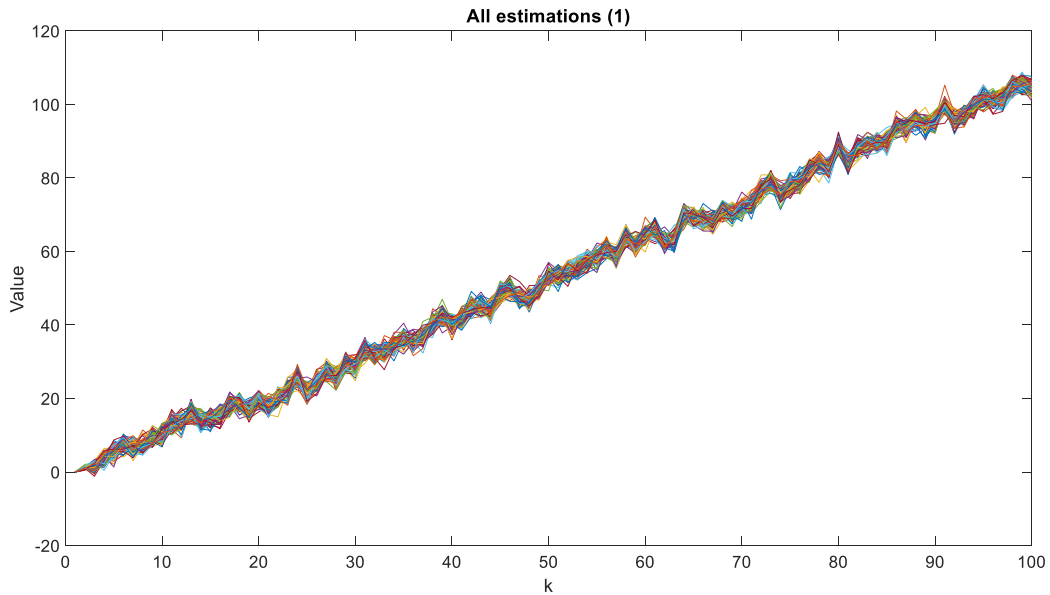


Figura 2.15 EnSqRF, todas las estimaciones del vector estado

De nuevo, el arranque en este caso es el mismo que para los casos anteriores.

En cuanto a cómo se ajusta el EnSqRF, se puede observar en la Figura 2.16 que tiende a seguir con bastante fidelidad a las observaciones que se van obteniendo en cada instante de tiempo, siguiendo, por tanto, en términos generales la evolución de la realidad del sistema.

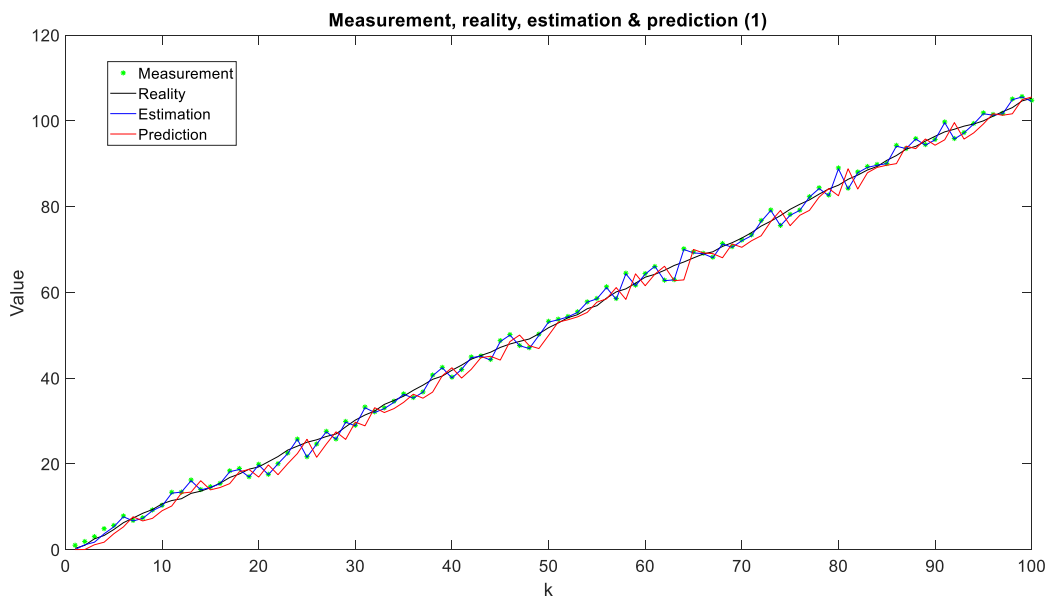


Figura 2.16 EnSqRF. Observaciones, realidad, estimación media y predicción media, ejemplo

Semejante al EnKF con perturbaciones en las observaciones, se puede avistar en la Figura 2.17 cómo el canal que forman las estimaciones máximas y mínimas consigue englobar el comportamiento observable del sistema. Quizás es, en los primeros instantes, cuando se contempla una mayor diferencia, puesto que hay observaciones que quedan fuera, esto es debido a que el canal empieza prácticamente cerrado y tiende a hacerse más ancho hasta estabilizarse. La dispersión inicial del estado $x'_E[k]$ es pequeña, por las condiciones iniciales del ejemplo que se resuelve, y tiende a aumentar su valor fruto del cálculo de la ganancia.

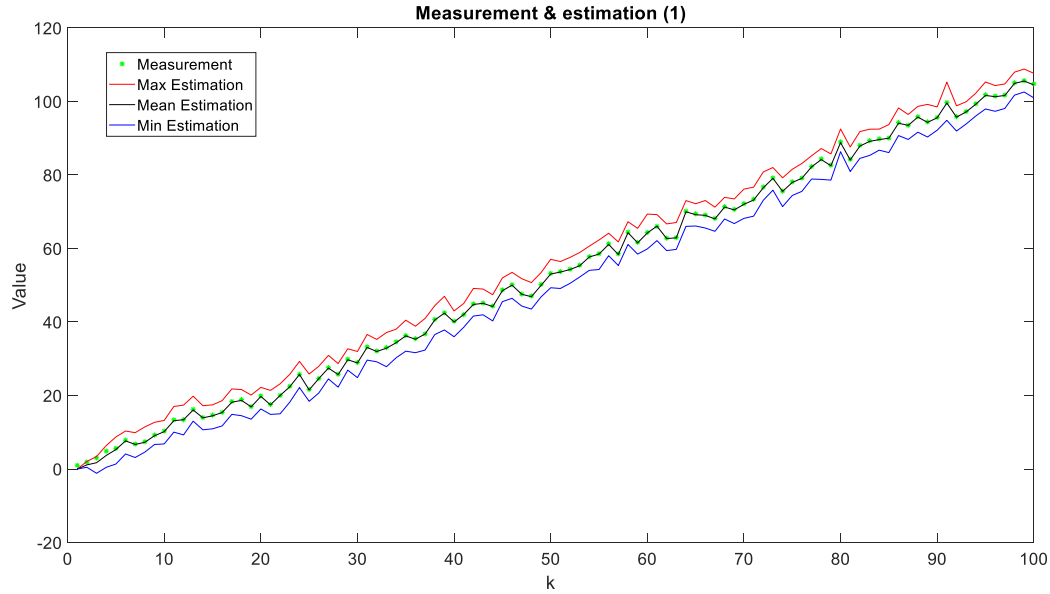


Figura 2.17 EnSqRF. Observaciones y estimaciones máxima, media y mínima

Una vez que se ha realizado el análisis con diversos filtros de Kalman de conjuntos, se escoge el Ensemble Square Root Filter. Esta elección se debe a que produce una mejora notoria con respecto al filtro de Kalman básico y al Ensemble Kalman Filter, ya que revisando los valores de las estimaciones (en el Filtro de Kalman básico) o estimaciones medias (en los filtros por conjuntos), el comportamiento del EnSqRF se asemeja mucho más a las observaciones. Por otro lado, entre los dos últimos algoritmos expuestos, de acuerdo a [7] es fácil decantarse por el EnSqRF, debido a que evita la perturbación de la medida $x_0^{[k]}$, presente en el EnKF, y que es una fuente adicional de error en el muestreo.

El algoritmo que se aplica a la hora de realizar los cálculos en capítulos posteriores es el método explicado como Ensemble Square Root Filter (EnSqRF).

3 APLICACIÓN A UNA MALLA ELEMENTAL Y OBSERVACIONES EN UN PUNTO

En este capítulo, se procede a aplicar el Ensemble Square Root Filter a una malla elemental. La intención es observar cómo se comporta el sistema cuando las medidas no se toman en puntos coincidentes con los puntos que se pretenden analizar.

En este y en capítulos posteriores, el punto donde se tienen las observaciones corresponde a un avión, la malla y los valores en ella corresponden a los nodos de un pronóstico y sus valores. El hecho de tomar una malla “elemental” supone que se consideran los cuatro nodos más cercanos que rodean la posición de la aeronave.

Se presenta de manera esquemática en la Figura 3.1 el proceso. Primero, se realiza el paso de interpolación del pronóstico a la posición de la aeronave para obtener unos valores de arranque (un estimado inicial). Segundo, se adquieren observaciones para aplicar el filtro EnSqRF y obtener unas estimaciones del estado (los valores en la posición de la aeronave). Por último, se extrapolan las estimaciones en la posición de la aeronave a las posiciones de los nodos, tratando de corregir el pronóstico.

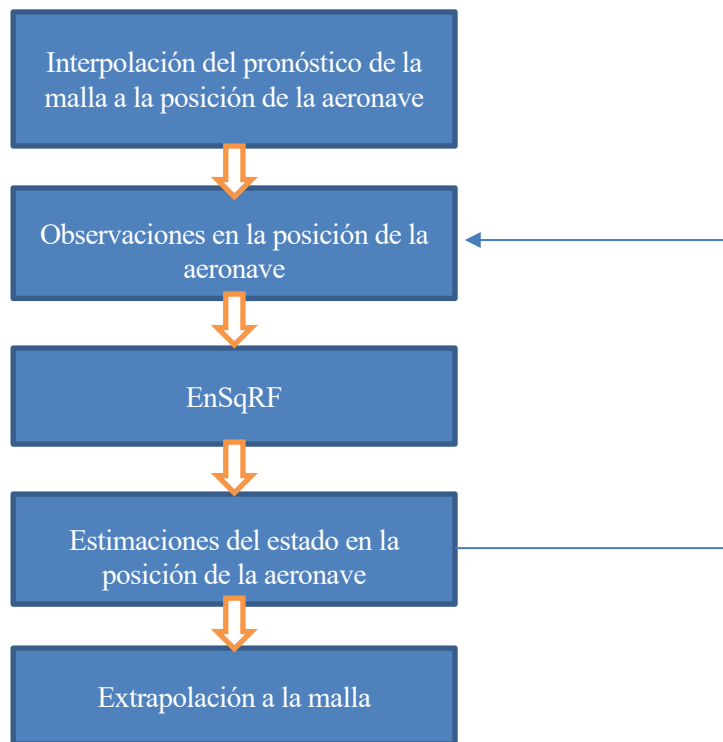


Figura 3.1 Esquema general de aplicación a la malla elemental

Una vez hecha una descripción general de qué se pretende hacer en la aplicación a la malla elemental, se pasa a entrar en detalle, explicando paso a paso cómo realizar el proceso.

3.1 Interpolación del pronóstico de la malla a la posición de la aeronave

Primero, se parte de una malla elemental, es decir, una malla de tamaño 2×2 , en la que las coordenadas de los vértices vienen definidas por los valores x_1, x_2, y_1, y_2 . Dentro de esta malla se encuentra el punto donde se producen las observaciones (denominado punto de interés, por ser donde se encuentra la aeronave), tal y como se muestra en la Figura 3.2.

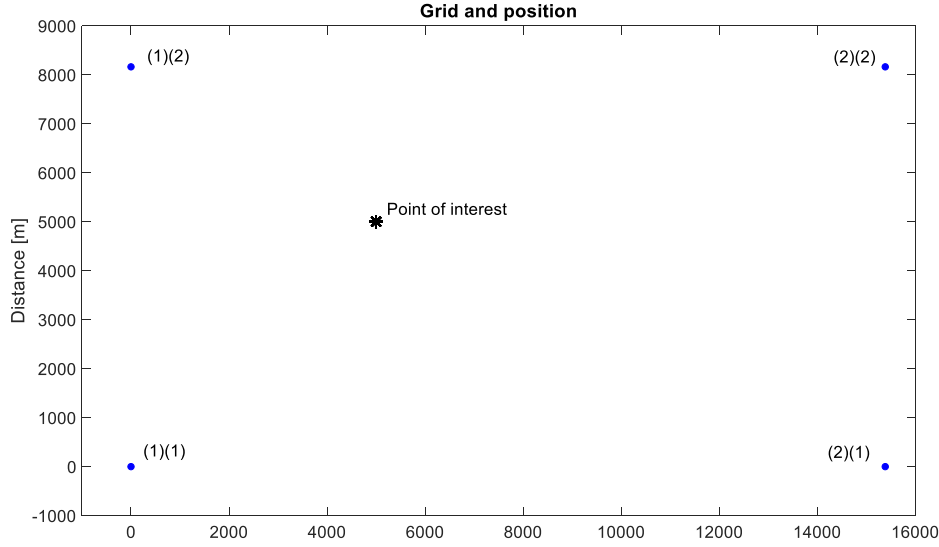


Figura 3.2 Posición relativa de los nodos de la malla reducida y el punto de interés

En este apartado, se supone que el número de variables de estado m es igual a 1, pero el planteamiento realizado es fácilmente extrapolable a cualquier otro valor. Además, se va a contar con un número n de valores para la variable del estado en cada uno de los cuatro nodos, $f \in \mathbb{R}^{n \times 4}$, siguiendo el espíritu del EnSqRF. De esta manera, se tienen cuatro nodos con n valores en cada nodo.

Cabe destacar que el primer valor del estado de un nodo, por ejemplo el de la posición (x_1, y_1) , $f_1^{[1]}(x_1, y_1)$ se asume relacionado con el primer valor del estado en los otros nodos ($f_1^{[1]}(x_2, y_1)$, $f_1^{[1]}(x_1, y_2)$, $f_1^{[1]}(x_2, y_2)$), el valor n en un nodo $f_n^{[1]}(x_1, y_1)$ con el valor n de los otros ($f_n^{[1]}(x_2, y_1)$, $f_n^{[1]}(x_1, y_2)$, $f_n^{[1]}(x_2, y_2)$),... es decir, existe correspondencia entre los valores de los nodos, ya que se considera que cada grupo de cuatro valores forma parte de un mismo escenario o campo de valores. Esto es cierto para cualquier instante temporal. Es decir, estos cuatro conjuntos de valores se propagarán hacia el futuro interrelacionados de alguna manera entre sí, al pertenecer al mismo escenario.

Ahora bien, dada la configuración de la malla elemental, el valor del pronóstico en el punto de interés $f_p^{[k]}$ según su posición geográfica (x_0, y_0) se puede relacionar con los valores en los nodos de la malla. Por ejemplo, mediante la interpolación con una bilineal, método que se utiliza en el documento. En particular, para un escenario cualquiera j ($j = 1, \dots, n$) y en el instante inicial se tiene:

$$f_{p,j}^{[1]} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot [(x_2 - x_0) \cdot (y_2 - y_0), (x_2 - x_0) \cdot (y_0 - y_1), (x_0 - x_1) \cdot (y_2 - y_0), (x_0 - x_1) \cdot (y_0 - y_1)] \cdot [f_j^{[1]}(x_1, y_1), f_j^{[1]}(x_1, y_2), f_j^{[1]}(x_2, y_1), f_j^{[1]}(x_2, y_2)]^T. \quad 3.1$$

De esta manera se obtienen los valores iniciales con los que arrancar el filtro, siendo la primera estimación los valores dados por el pronóstico $x_E^{[1]} = f_p^{[1]}$.

3.2 Aplicación del filtro

Partiendo de la estimación inicial, cada vez que se recibe una observación se aplica el filtro, de manera semejante a la explicada en el capítulo anterior.

Se asume que $x_P^{[k]} = x_E^{[k-1]}$, pero podrían considerarse otras predicciones diferentes si se tiene conocimiento de que el estado evoluciona de alguna manera concreta.

Como resultado, en cada instante temporal se tiene una estimación del estado de la atmósfera en el punto donde se encuentra la aeronave.

3.3 Extrapolación a la malla

Para realizar la extrapolación a la malla, se asume que hay una relación lineal entre el pronóstico en los nodos y el pronóstico en el punto donde se encuentra la aeronave:

$$\begin{cases} f^{[k]}(x_1, y_1) = a_{(x_1, y_1)}^{[k]} \cdot f_P^{[k]} + b_{(x_1, y_1)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_1, y_1)}^{[k]} \\ f^{[k]}(x_1, y_2) = a_{(x_1, y_2)}^{[k]} \cdot f_P^{[k]} + b_{(x_1, y_2)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_1, y_2)}^{[k]} \\ f^{[k]}(x_2, y_1) = a_{(x_2, y_1)}^{[k]} \cdot f_P^{[k]} + b_{(x_2, y_1)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_2, y_1)}^{[k]} \\ f^{[k]}(x_2, y_2) = a_{(x_2, y_2)}^{[k]} \cdot f_P^{[k]} + b_{(x_2, y_2)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_2, y_2)}^{[k]} \end{cases}, \quad 3.2$$

donde los términos $a^{[k]} \in \mathbb{R}^1$, $b^{[k]} \in \mathbb{R}^1$ y $\epsilon^{[k]} \in \mathbb{R}^n$ han de contener la física del problema y son diferentes para cada uno de los nodos. Estos valores se obtienen a partir del pronóstico, de una regresión lineal entre los valores del pronóstico en los nodos y los valores del pronóstico en el punto en el que se encuentra el avión.

Por lo tanto, la estimación del estado en los nodos de la malla $f_{E,j}^{[k]}$ se obtiene a partir de la estimación del estado en el punto donde se encuentra la aeronave $x_{E,j}^{[k]}$ a partir de una relación lineal de la forma:

$$\begin{cases} f_{E,j}^{[k]}(x_1, y_1) = a_{(x_1, y_1)}^{[k]} \cdot x_{E,j}^{[k]} + b_{(x_1, y_1)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_1, y_1)}^{[k]} \\ f_{E,j}^{[k]}(x_1, y_2) = a_{(x_1, y_2)}^{[k]} \cdot x_{E,j}^{[k]} + b_{(x_1, y_2)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_1, y_2)}^{[k]} \\ f_{E,j}^{[k]}(x_2, y_1) = a_{(x_2, y_1)}^{[k]} \cdot x_{E,j}^{[k]} + b_{(x_2, y_1)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_2, y_1)}^{[k]} \\ f_{E,j}^{[k]}(x_2, y_2) = a_{(x_2, y_2)}^{[k]} \cdot x_{E,j}^{[k]} + b_{(x_2, y_2)}^{[k]} + \epsilon_{j(x_2, y_2)}^{[k]} \end{cases}, \quad 3.3$$

Es importante hacer notar que se mantienen los valores de $a^{[k]}$, $b^{[k]}$ y $\epsilon^{[k]}$ y se sustituye el valor del pronóstico original en el nodo ($f_P^{[k]}$) por la estimación resultandel del filtro ($x_E^{[k]}$). Si las variaciones de las variables atmosféricas son pequeñas, una relación lineal debería ser suficiente. Los valores en los nodos y en el punto de interés guardarían unas relaciones semejantes a las expuestas en la Figura 3.3.

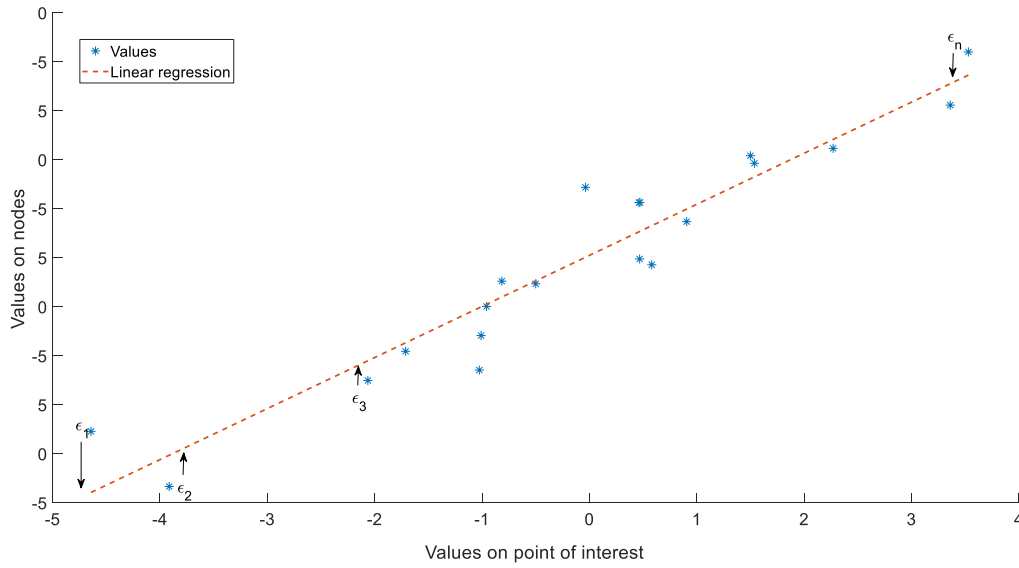


Figura 3.3 Valores y regresión tras el filtro, mayor ancho de valores en el punto de interés

En la Figura 3.3, $a^{[k]}$ es la pendiente de la recta de regresión, $b^{[k]}$ es la ordenada al origen y $\epsilon_j^{[k]}$ es la diferencia con la recta de regresión para cada miembro.

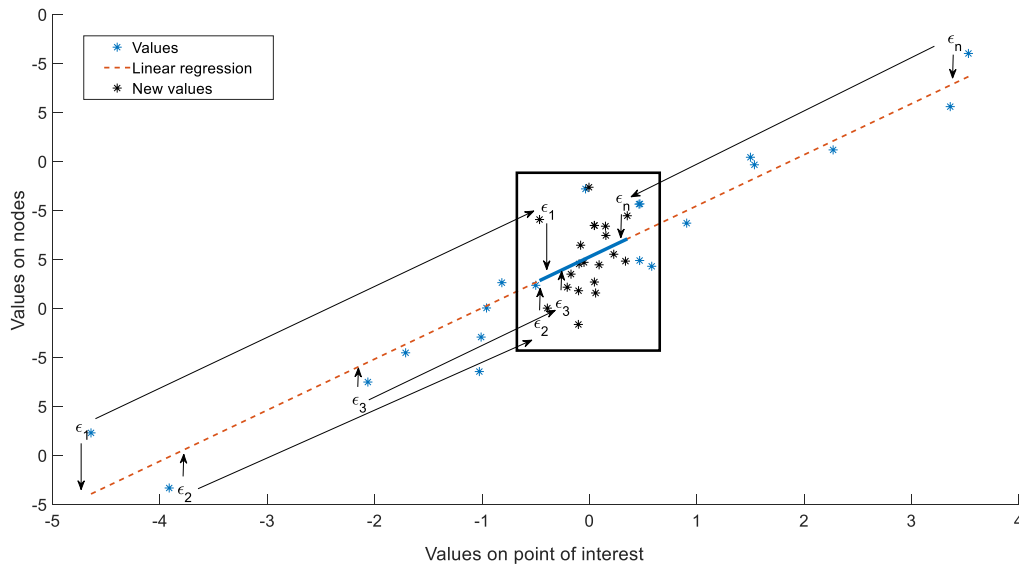


Figura 3.4 Valores y regresión tras el filtro, reducción del ancho de valores en el punto de interés

Los valores utilizados en la Figura 3.3 se dividen entre 10 para el paso de extrapolación en la Figura 3.4. De esta manera, en la Figura 3.4 se observan los desplazamientos de los valores con el cambio que se produce en el punto de interés. Siendo los valores de a, b y ϵ los mismos para ambos conjuntos, al disminuir el ancho también se disminuye la altura. Esto supone que conforme se acotan los valores del punto de interés, se acotan los valores de los nodos, por lo que si los valores de $x_E^{[k]}$ presentan una dispersión menor que los valores de $f_P^{[k]}$, entonces la dispersión en los valores de los nodos también se reduce. Es decir, la dispersión de los valores en la corrección del pronóstico será menor que en el pronóstico original.

Realizando una breve aplicación, al no contar con ningún modelo específico de la variable de estudio, se genera aleatoriamente el conjunto de valores f para cada nodo en el instante inicial. A partir de esos conjuntos de valores se calculan $a^{[k]}$, $b^{[k]}$ y $\epsilon^{[k]}$.

3.4 Ejemplos

Para entender el impacto que tiene el conjunto de valores del punto de interés sobre los valores en los nodos al corregir el pronóstico, tanto en términos medios como en términos de desviación típica o dispersión, se exponen dos ejemplos con un comportamiento similar, salvo el error en la observación. Ambos ejemplos se modelan de la misma manera que en el capítulo anterior, es decir, un sistema que se comporta como una rampa ascendente ($x_R^{[k]} = x_R^{[k-1]} + 1 + w^{[k]}$), donde $x_R^{[1]} = 0$ y $w^{[k]}$ se genera de la misma manera que en el capítulo anterior, con un valor de $Q^{[k]} = 0,1$.

En el primer caso, el valor de $R^{[k]}$ es 2. En las Figuras 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8 se observa la influencia de los valores de la estimación en el punto de interés sobre el pronóstico corregido. Para ello, se muestra el canal de valores del punto de interés, mediante los valores máximo, medio y mínimo, en líneas discontinuas (“Point of interest: Max estimation”, “Mean estimation” y “Min estimation”) y el canal de valores del pronóstico corregido en los nodos, de nuevo mediante los valores máximo, medio y mínimo, en líneas continuas (“Node: Max estimated Value”, “Mean estimated Value” y “Min Estimated Value”). Se observa que los canales tanto de la estimación como del pronóstico corregido permanecen más o menos constantes.

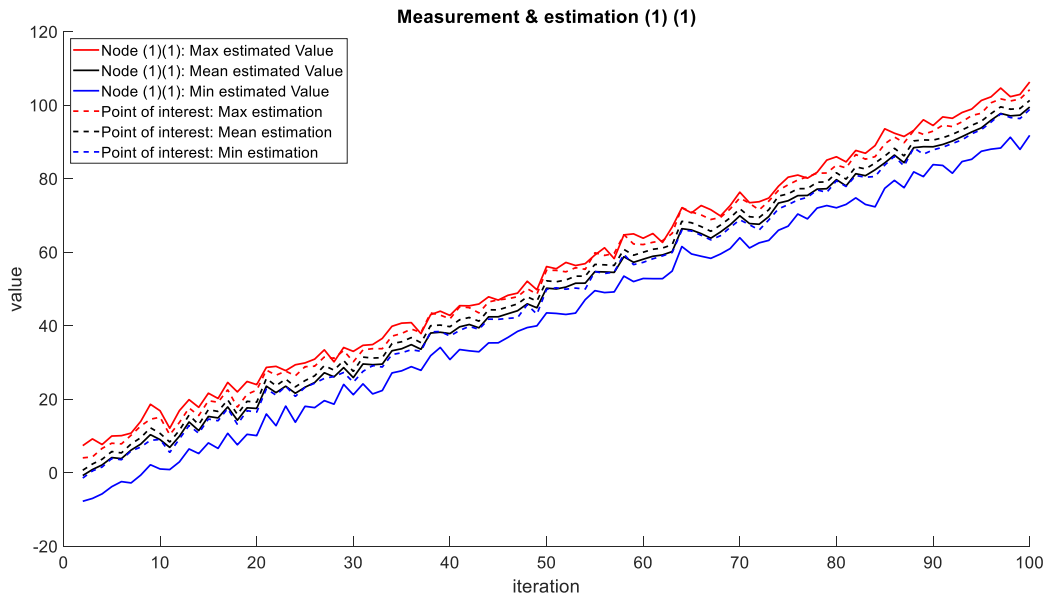


Figura 3.5 Valores del nodo (1)(1) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo

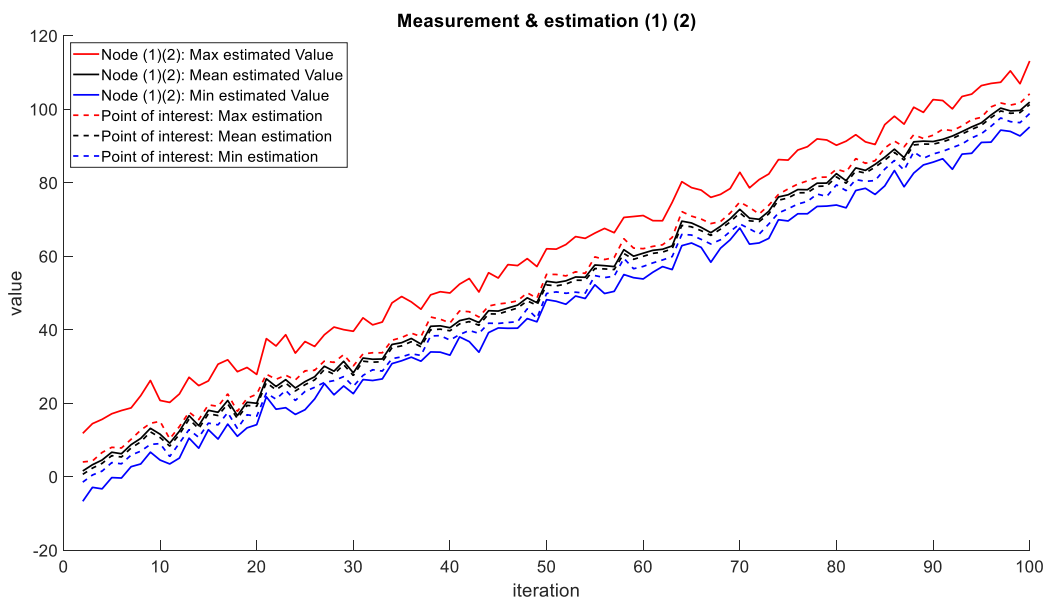


Figura 3.6 Valores del nodo (1)(2) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo

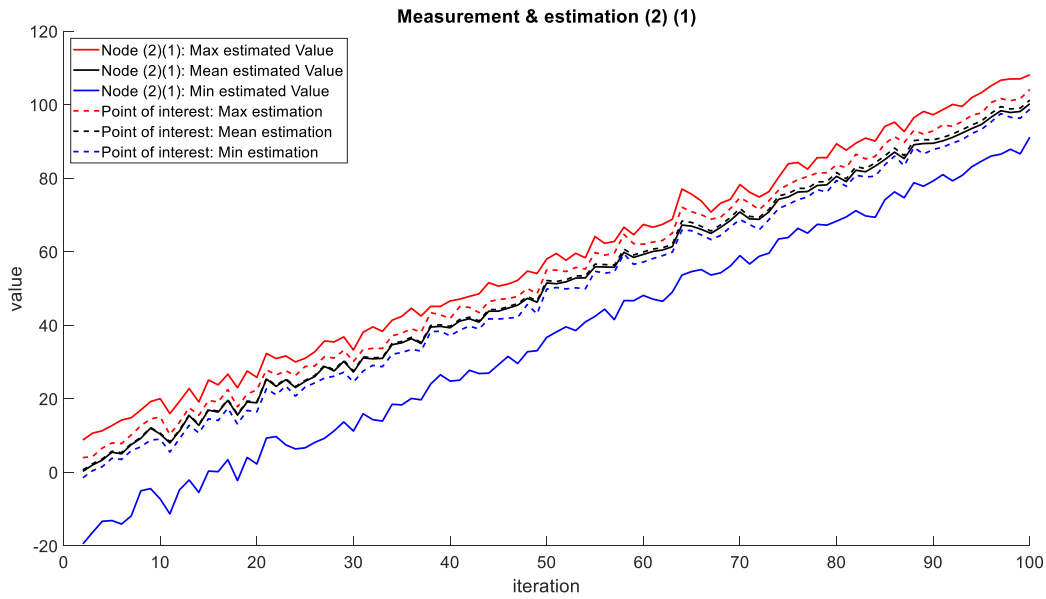


Figura 3.7 Valores del nodo (2)(1) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo

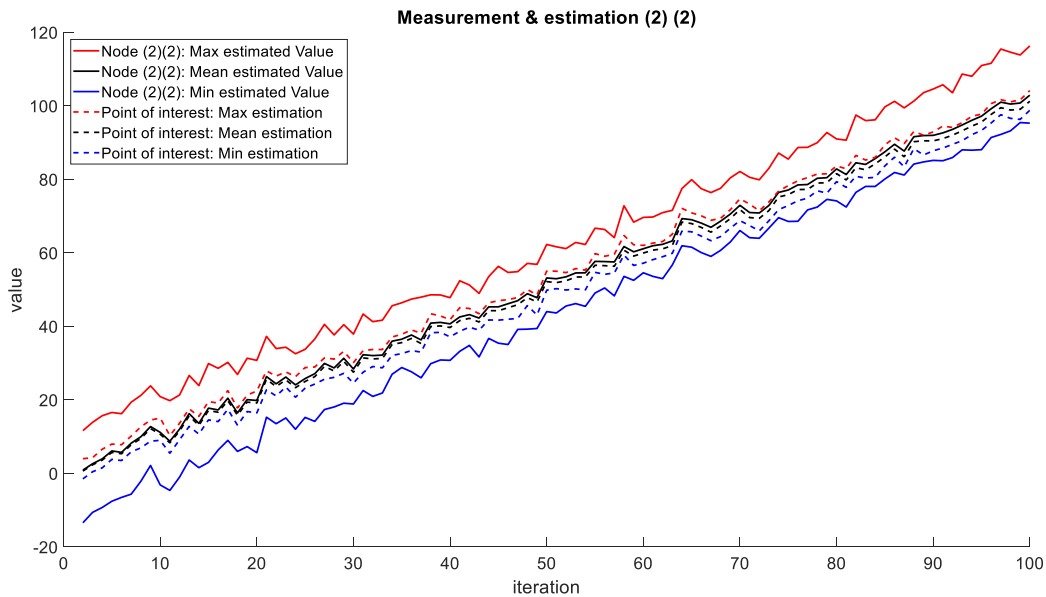


Figura 3.8 Valores del nodo (2)(2) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Primer ejemplo

En el segundo caso, de forma algo exagerada, se ha aumentado el valor de $R^{[k]}$ a 200. Como se puede observar en la Figura 3.9 el impacto que tiene sobre la corrección del pronóstico, a mayor dispersión en el punto de interés, mayor es la dispersión en la corrección del pronóstico, por lo que el error en la observación puede llegar a tener una gran influencia sobre los resultados finales obtenidos, tal y como se había adelantado antes.

Al ser el valor de $R^{[k]}$ demasiado grande, el filtro tiende a confiar más en el pronóstico que en las observaciones.

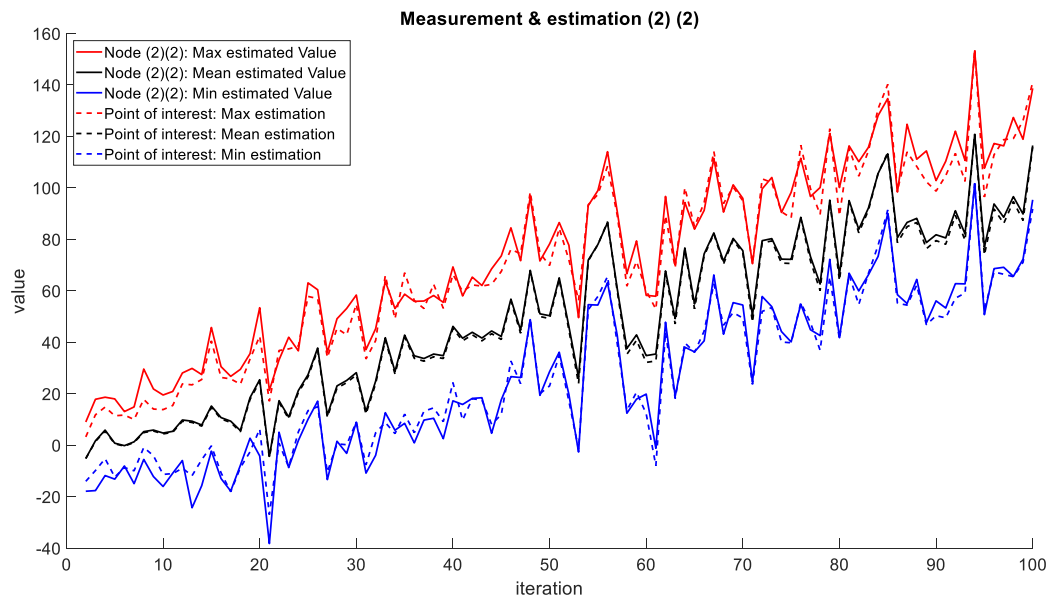


Figura 3.9 Valores del nodo (2)(2) obtenidos en la extrapolación de los resultados del filtro. Segundo ejemplo

4 APLICACIÓN A UNA MALLA EXTENDIDA Y OBSERVACIONES EN MÚLTIPLES PUNTOS

En este capítulo se aplica el mismo proceso de la malla elemental, pero a una malla con más nodos y correlacionados entre sí. Se ilustra el impacto de la extrapolación del filtro mediante dos casos: con observaciones en un punto, y con observaciones en dos puntos.

La malla extendida busca emular el caso en el que el pronóstico se proporciona para un área extensa y en el que los valores pronosticados en un nodo están correlacionados con los pronosticados en el resto de los nodos, en base a escenarios o campos de valores. Es decir, según lo descrito antes, el valor j -ésimo en un nodo se corresponde con el valor j -ésimo en cualquier otro nodo.

Para el desarrollo de la aplicación es necesario buscar algún método que permita generar aleatoriamente los valores para los nodos, guardando cierta correlación entre estos. De esta manera, ya se dispondría de un campo de valores F de pronóstico con el que se puede realizar el algoritmo presentado en la Figura 3.1.

Siendo así, se han planteado dos casos a resolver, anticipando lo que se hará en el próximo capítulo. En el primer caso se tiene un punto que se mueve por la malla, y en el segundo caso se tienen dos puntos moviéndose por la misma malla.

En ambos casos, hay una observación del estado en el punto de interés en cada instante de tiempo que se considera realizada con un equipo con poco error, es decir, que la observación será muy similar a la realidad. En cuanto a los nodos, son necesarios al menos dos pronósticos, uno inicial, que coincida con el instante inicial de la trayectoria o sea previo a ésta, y otro pronóstico que coincide con el instante final o sea posterior a éste. Para los instantes intermedios los valores utilizados son resultado de la interpolación en el tiempo de estos dos. Esto permitirá la comparación y el cálculo de la regresión en cada instante sin tener que realizar suposiciones sobre el comportamiento del pronóstico.

A continuación, se presenta cómo se genera el campo de valores del pronóstico y posteriormente las dos aplicaciones.

4.1 Generación del pronóstico

De manera arbitraria, se define una malla rectangular de 40x50 nodos equiespaciados en el eje x y en el eje y , un total de 2000 nodos, abarcando un área de 600 km x 500 km.

Para generar el campo, se utilizan las fórmulas de correlación horizontal y temporal presentes en [9], y se aplican a la simulación de campos aleatorios, mediante descomposición de la matriz de covarianza. Esto quiere decir que a partir de una matriz de covarianzas, $Cov[F_i, F_j]$, se puede obtener un campo de valores $F = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ para los n nodos correlacionados mediante la siguiente ecuación:

$$F = \mu + L \cdot G, \quad 4.1$$

donde μ es la media de valores del campo, G es un vector aleatorio modelado según una normal de media cero y varianza unidad, L es una matriz triangular inferior que satisface $L \cdot L^T = Cov[F_i, F_j]$, obtenida mediante descomposición de Cholesky.

En las aplicaciones de este capítulo se asume que μ se comporta de manera creciente con el tiempo mediante una rampa ascendente de la forma $\mu^{[k]} = \mu^{[k-1]} + 1$, donde $\mu^{[1]} = 1$. Además, dado que la malla cuenta con 2000 nodos (40x50), la matriz de covarianzas y la matriz L serán de tamaño 2000x2000, puesto que correlaciona cada uno de los nodos con el resto.

Además, cabe destacar que, en las aplicaciones, se toman 20 valores para el estado del punto de interés y el mismo número de valores de pronóstico en los nodos, debido al modelo de pronóstico que se utiliza en el siguiente capítulo, en el que cada nodo cuenta con 20 valores iniciales. Teniendo en cuenta el número de nodos de la malla y el número de miembros que se toman, G será de tamaño 2000×20 .

Visto esto, para poder generar el campo es necesario definir una matriz de covarianzas que correlacione los valores en los nodos. Dicha matriz de covarianzas se obtiene a partir de [9], adaptado a un caso en un plano horizontal.

$$Cov[F_i, F_j] = \sigma^2 \cdot f_t \cdot f_{xy}, \quad 4.2$$

donde σ es la desviación típica de la variable de estudio, f_t es la correlación temporal de la variable dentro de un nodo, es decir, relaciona el cambio del valor en ese nodo con el tiempo, f_{xy} es la correlación horizontal, es decir, relaciona el cambio del valor de un nodo a otro, ambos situados a la misma altitud. No se han tenido en cuenta correlaciones en altitud porque el caso que se pretende resolver es en un plano horizontal.

El valor de σ se elige igual a 10 de forma arbitraria al no disponer de más información, dadas las características de este ocurente caso teórico. Además, las expresiones de f_t y f_{xy} escogidas son las que proporciona Chaloullos [9] para el viento:

$$f_t(t) = 0.154 + 0.07755 e^{-\frac{t}{11850}} + 0.0705 \cos\left(2\pi \frac{t - 32640}{76500}\right). \quad 4.3$$

$$f_{xy}(d) = -0.006 + 1.006 e^{-\frac{d}{337000}}, \quad 4.4$$

donde d sería la distancia entre cada uno de los nodos y el resto, medido en metros y t es el tiempo que transcurre medido en segundos. Las expresiones 4.3 y 4.4 se muestran gráficamente en las Figuras 4.1 y 4.2.

Tal y como se puede observar en la Figura 4.1, la correlación de valores en un punto concreto disminuye con el tiempo, algo que resulta evidente y lógico. Y, por otro lado, la correlación en el instante inicial no es 1, puesto que se supone que la parte estocástica de la variable no se conoce de forma perfecta en este instante.

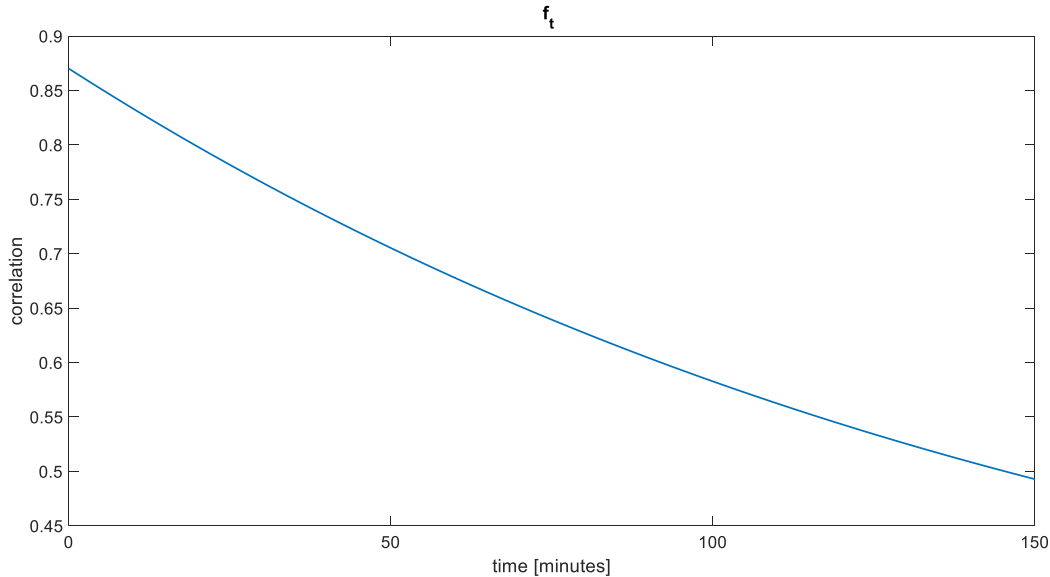


Figura 4.1 Correlación temporal

Con respecto a la correlación horizontal, se observa un fenómeno semejante en la Figura 4.2, conforme aumenta la distancia al punto inicial, disminuye la relación entre ellos. En este caso, el valor desde la distancia mínima parte de 1.

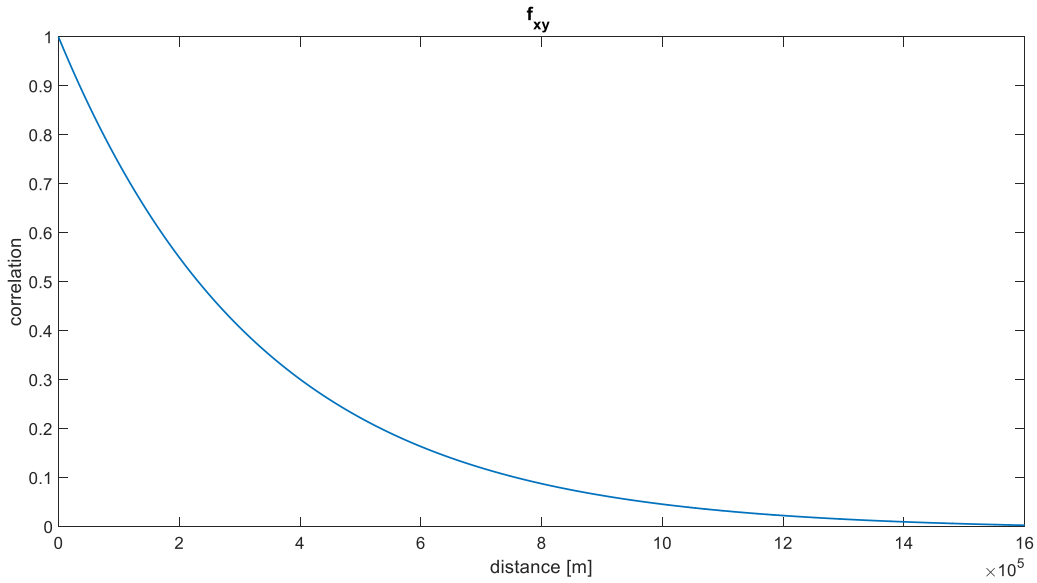


Figura 4.2 Correlación horizontal (en términos de distancia)

De esta manera, con las distancias entre los nodos d , se puede obtener una matriz de 2000×2000 valores para f_{xy} , que representa la correlación horizontal entre los nodos, y una matriz 2000×2000 f_t , que representa la correlación temporal.

4.2 Aplicación

En ambas aplicaciones, las observaciones se generan a partir de la realidad, que se ha definido para el caso académico de la forma:

$$x_R^{[k]} = k + w^{[k]} + \frac{x^{[k]}}{x_T} \cdot 100, \quad 4.5$$

donde $x^{[k]}$ es la posición en el eje X de la aeronave y x_T es la posición más distante de la malla en el eje X.

4.2.1 Primer caso

Tal y como se comentó antes, se define una malla rectangular de 40×50 nodos equiespaciados en el eje x y en el eje y , abarcando un área de $600 \text{ km} \times 500 \text{ km}$.

En este primer caso, el punto de interés recorre el espacio geográfico de la malla a razón de unos 5 km/min , realizándose además la toma de medidas cada minuto. En ese sentido, el valor del error en las observaciones $R^{[k]}$, se impone de forma arbitraria con un valor igual a 2. La trayectoria del punto viene definida mediante una línea recta que cruza la malla de la manera que se presenta en la figura 4.3. En esta figura se puede apreciar que se ha buscado un caso teórico en el que el punto de interés cruza la malla, prácticamente en la diagonal, y siempre está comprendido dentro de los límites de ésta. De esta manera se busca observar el impacto que tiene la aplicación del algoritmo presentado en la Figura 3.4, utilizando las observaciones y los resultados del filtro, para realizar correcciones sobre el pronóstico original.

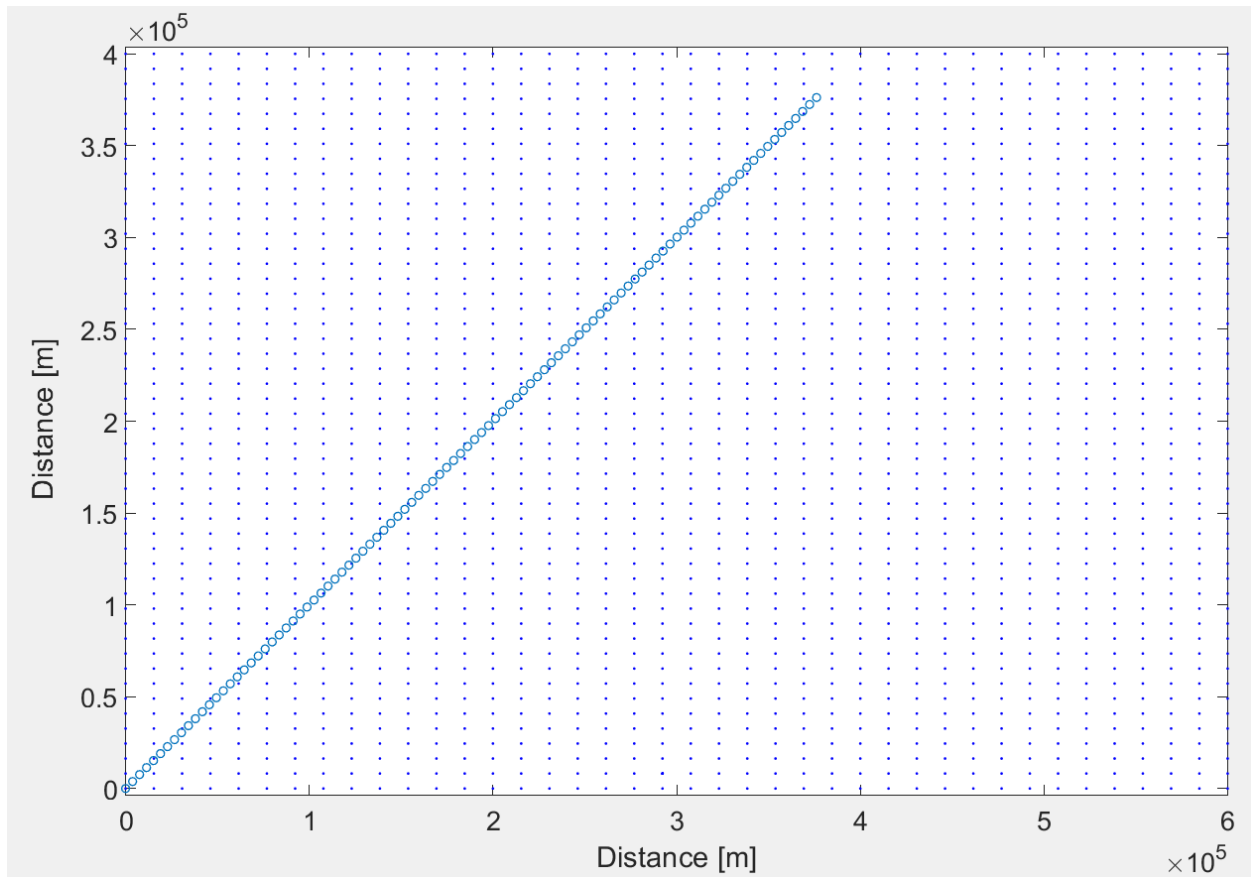


Figura 4.3 Trayectoria de un punto sobre la malla

El pronóstico se corrige de manera análoga a lo expuesto en el capítulo anterior, mediante el algoritmo presentado en la Figura 3.1. Es decir, en cada instante de tiempo, primero, se interpola al punto de interés, donde se encuentra la aeronave, después, con las observaciones, se aplica el EnSqRF y se obtienen estimaciones para el punto donde se encuentra la aeronave y, por último, se extrapola a la malla obteniendo la corrección del pronóstico mediante la aplicación de las rectas de regresión comentadas anteriormente.

En las Figuras 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 se muestra la diferencia entre el valor máximo y el mínimo del pronóstico corregido en cada nodo de la malla en cuatro instantes de tiempo. La posición de la aeronave se muestra como un punto. Se puede apreciar, en estos cuatro instantes diferentes, cómo afecta el paso del punto, sobre el que se tienen observaciones directas y se aplica el EnSqRF, al extrapolar los resultados al resto de los nodos de la malla.

Es importante hacer notar, que el color amarillo-naranja denota el máximo de la diferencia en todos los instantes temporales y el color azul oscuro el mínimo, de nuevo para todos los instantes temporales, con la idea de mantener una cohesión en las imágenes. Siendo así, la influencia de las observaciones en el avión y la corrección del pronóstico es evidente. Conforme el avión se va desplazando por la malla, la dispersión de los nodos cercanos decrece significativamente, y se aprecia la influencia directa sobre su entorno. Una vez que el avión ha pasado, y pierde relación con los nodos de la malla por la distancia, la dispersión vuelve a crecer.

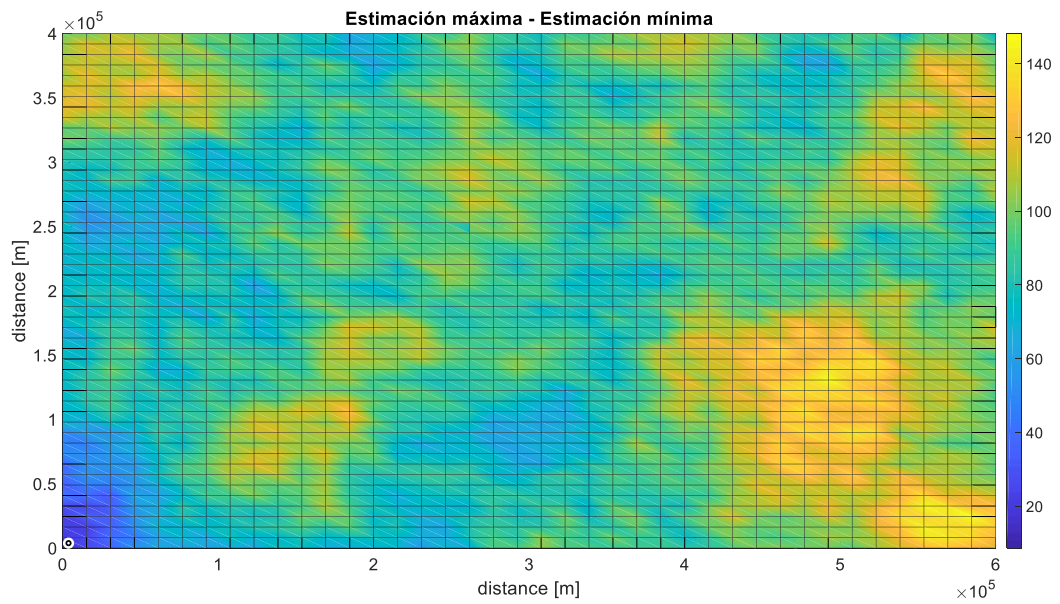


Figura 4.4 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 2.
Primer caso

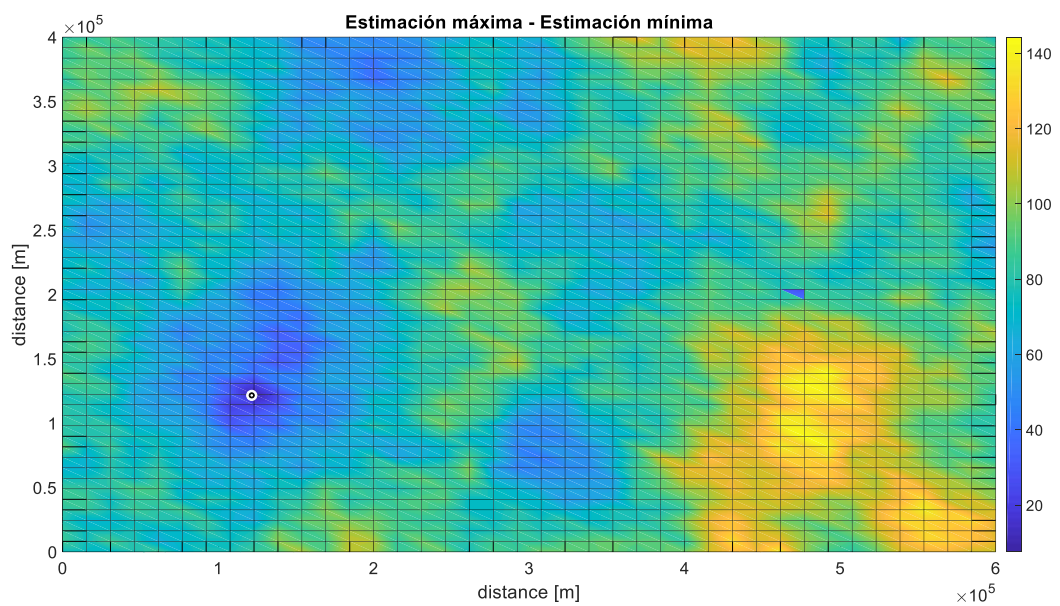


Figura 4.5 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 33.
Primer caso

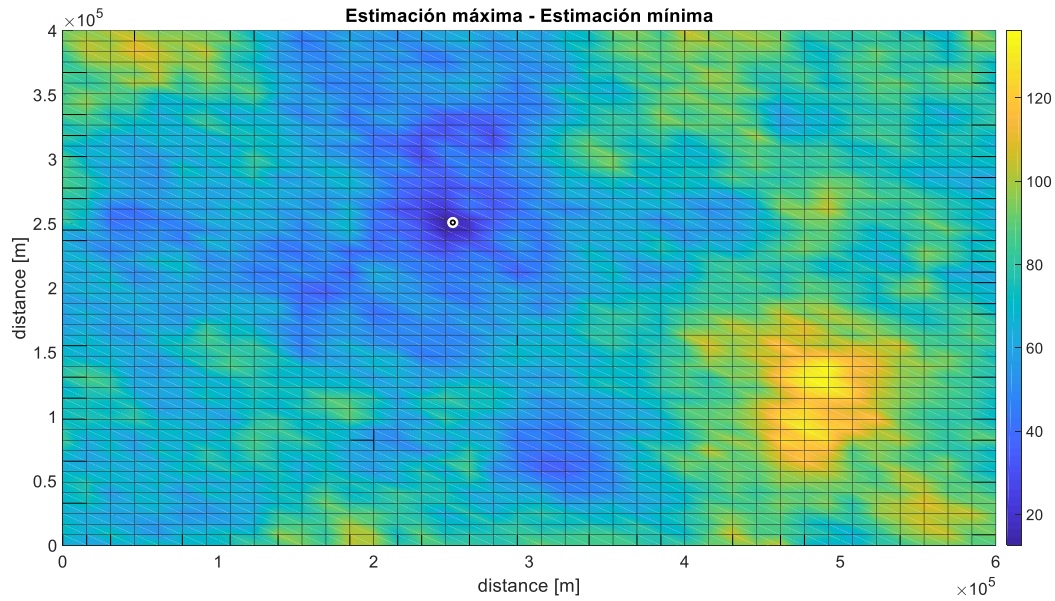


Figura 4.6 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 67.
Primer caso

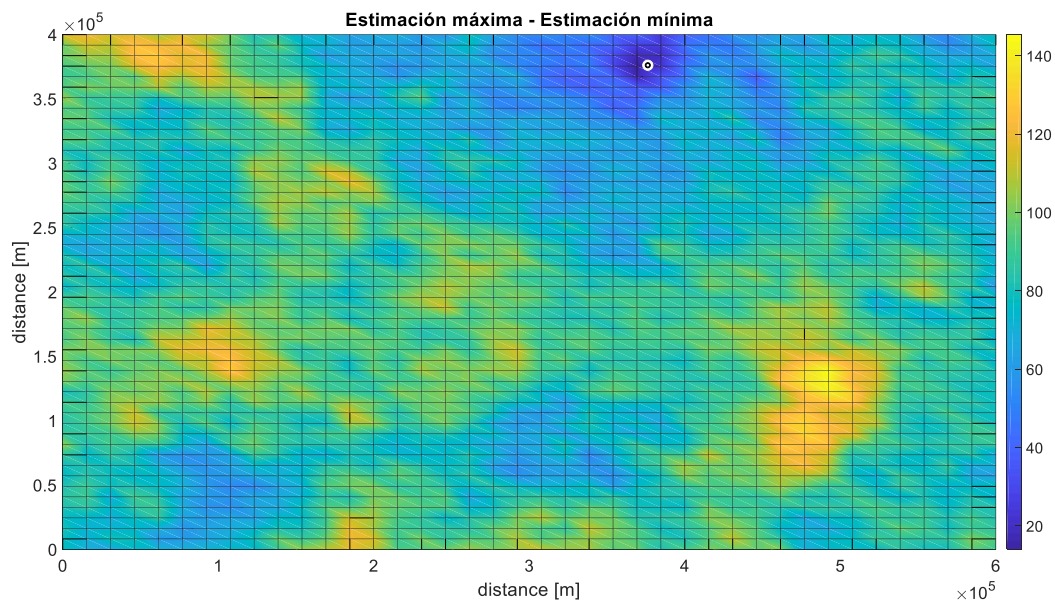


Figura 4.7 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 100.
Primer caso

A continuación, se presenta el comportamiento del punto de interés, en la Figura 4.8, donde se presentan las observaciones y el canal de estimaciones (máximo, medio y mínimo en cada instante de tiempo). Como ya se tenía en el capítulo anterior, las observaciones quedan contenidas en el canal de estimaciones.

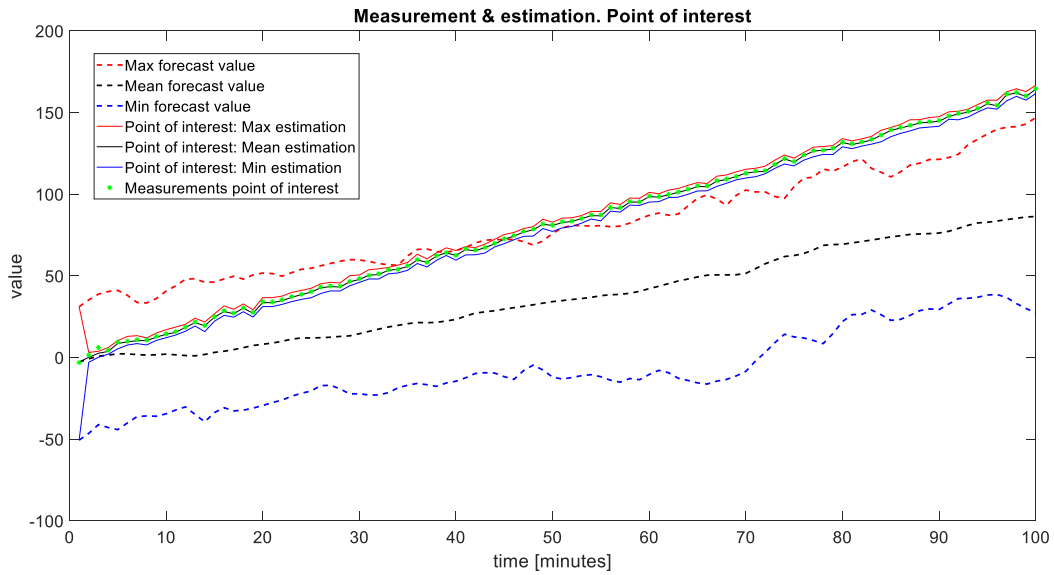


Figura 4.8 Rangos de valores estimados en el punto de interés. Primer caso

Aparte de la representación del mapa de colores, se van a tomar, de manera arbitraria, cuatro nodos de la malla para observar su comportamiento. Se sitúan geográficamente en el interior de la malla los nodos cuyos comportamientos van a ser analizados tal y como se muestra en la Figura 4.9.

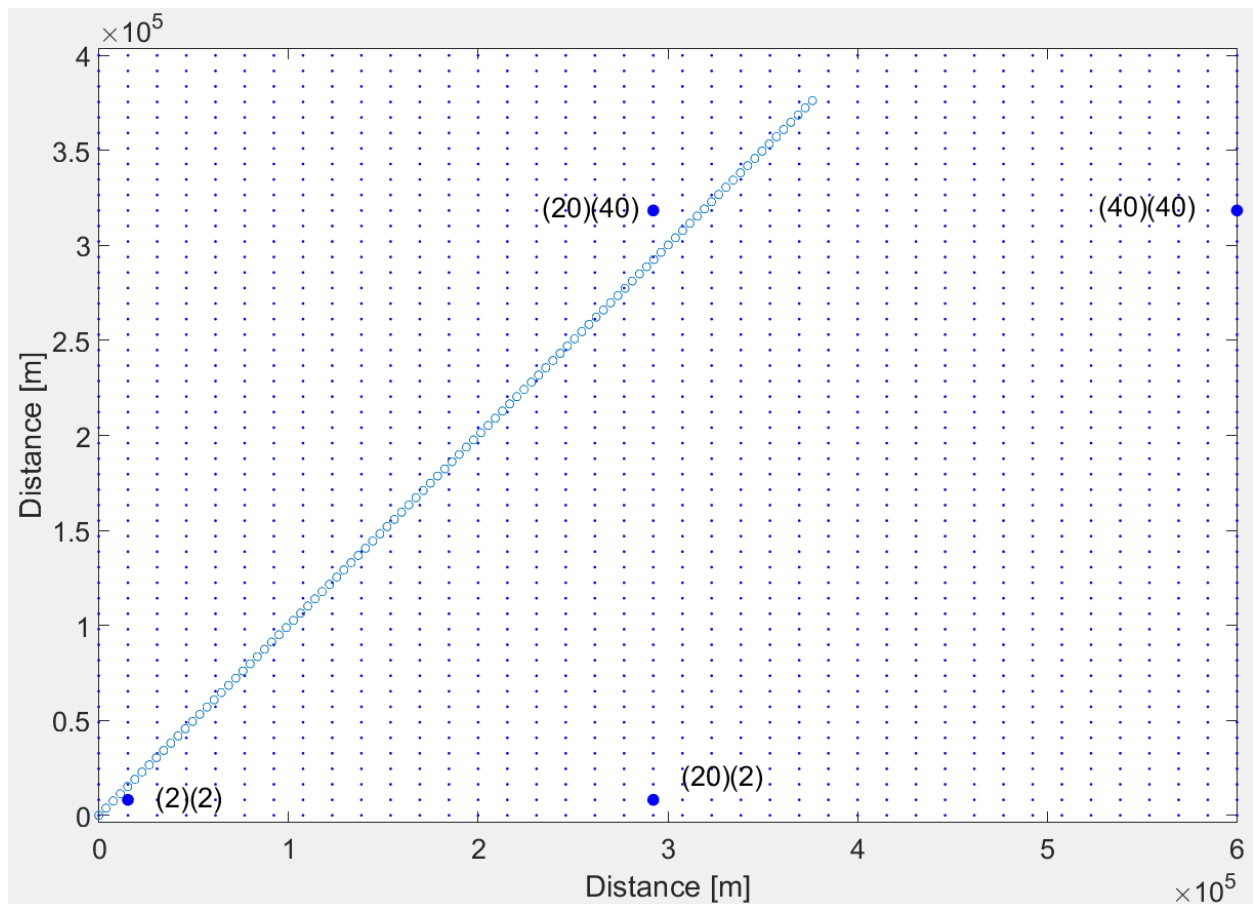


Figura 4.9 Posición de los nodos de la malla analizados. Primer caso

El comportamiento en los nodos, de forma semejante a lo expuesto en el punto de interés, se muestra mediante los valores representativos del pronóstico y del pronóstico corregido (máximo, medio y mínimo de ambos). En las Figuras 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13, los valores del pronóstico original se muestran mediante líneas punteadas (máximo, medio y mínimo), el pronóstico corregido, resultado de la extrapolación de la estimación del filtro en el punto de interés, mediante líneas continuas (máximo, medio y mínimo), y, por ultimo, las observaciones en el punto de interés mediante asteriscos.

Como se puede observar en el conjunto de imágenes de las Figuras 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13, el ancho del canal disminuye cuando la posición del punto de interés se aproxima al nodo concreto. Por ejemplo, en la Figura 4.10, el nodo (2)(2), es uno de los nodos más cercanos en el inicio de la trayectoria, es por eso por lo que en los instantes iniciales la diferencia entre el máximo y el mínimo de la estimación es tan pequeña; conforme el punto se aleja, esa diferencia crece hasta que parece estabilizarse. En el nodo (20)(40), Figura 4.12, ocurre lo contrario, está lejos del inicio de la trayectoria, pero conforme el punto de interés se va acercando a la posición del nodo la estimación mejora, disminuyendo la diferencia entre el máximo y el mínimo. La diferencia entre el pronóstico original y las observaciones cuando la aeronave está más cerca del nodo (en torno al instante 80) se debe a la diferencia de comportamientos entre la realidad y el pronóstico original, ya comentados anteriormente. En el caso de los nodos (20)(2) y (40)(40), en las Figuras 4.11 y 4.13, al ser nodos que están alejados de la trayectoria, apenas se ven influidos por las correcciones que se aplican a través de las observaciones en el punto de interés.

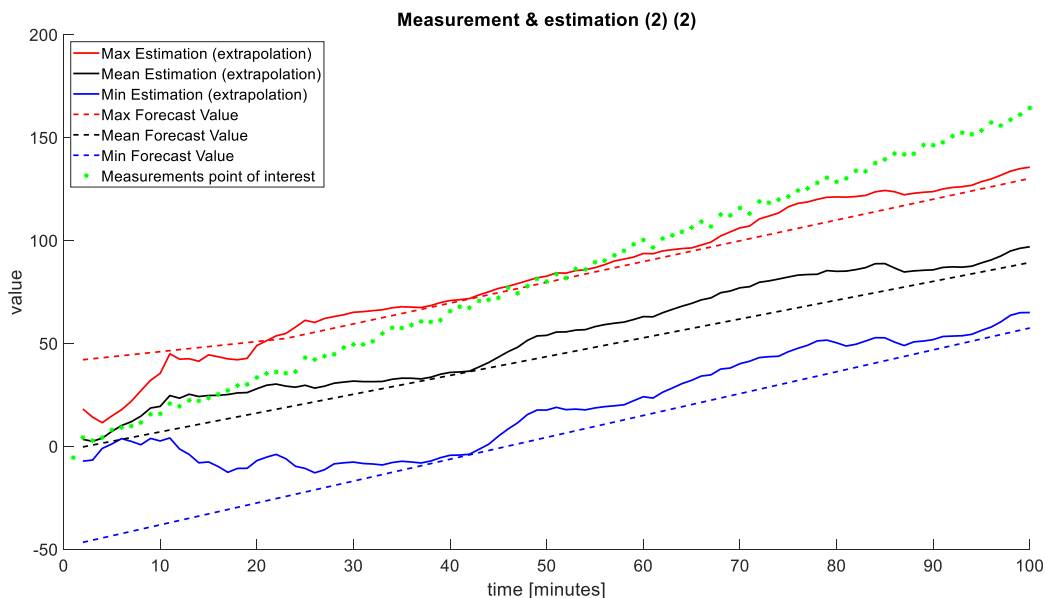


Figura 4.10 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (2)(2). Primer caso

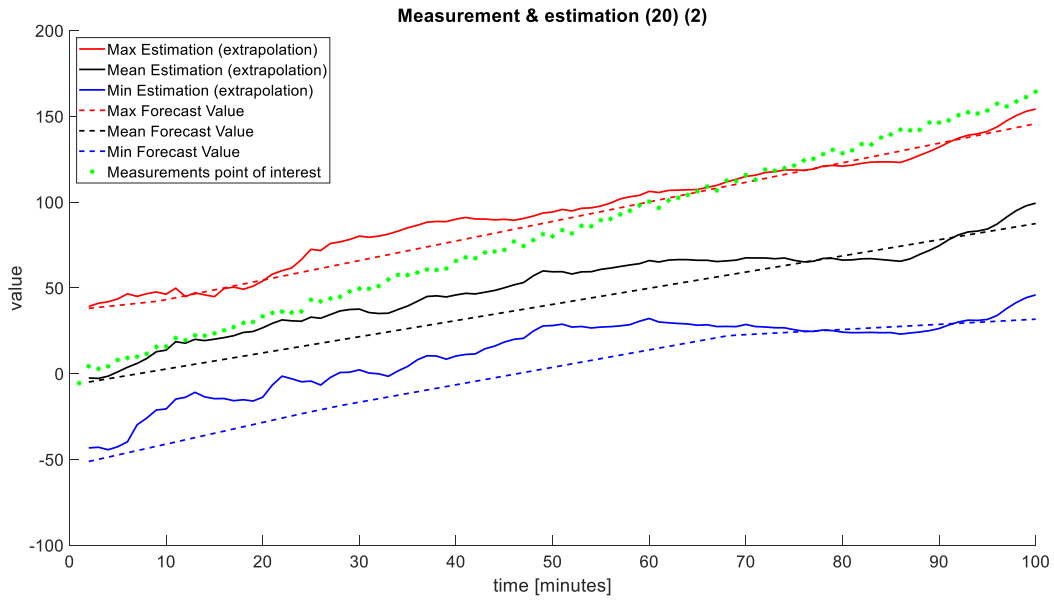


Figura 4.11 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(2). Primer caso

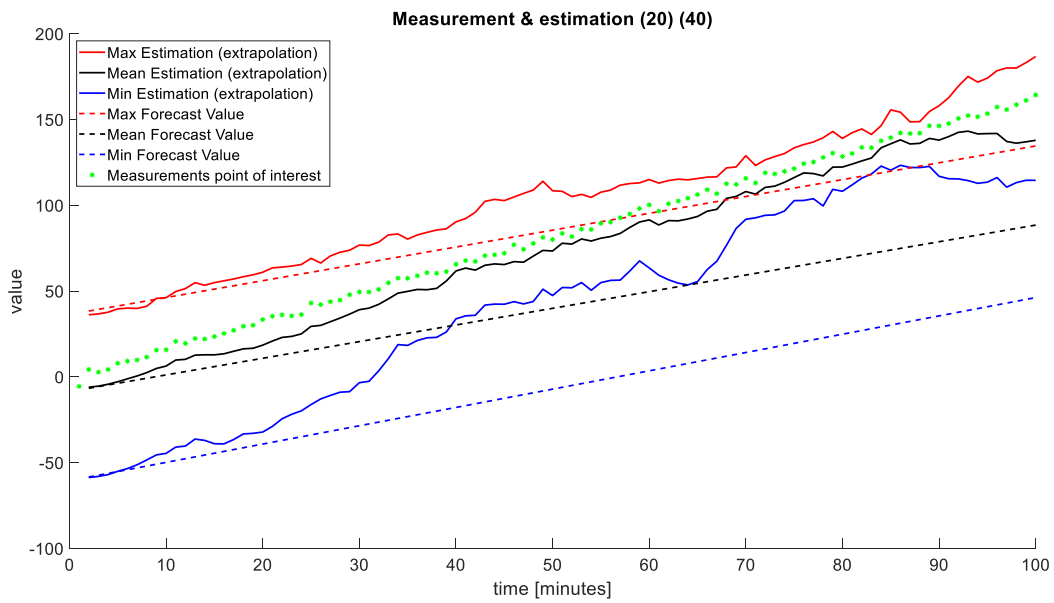


Figura 4.12 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(40). Primer caso

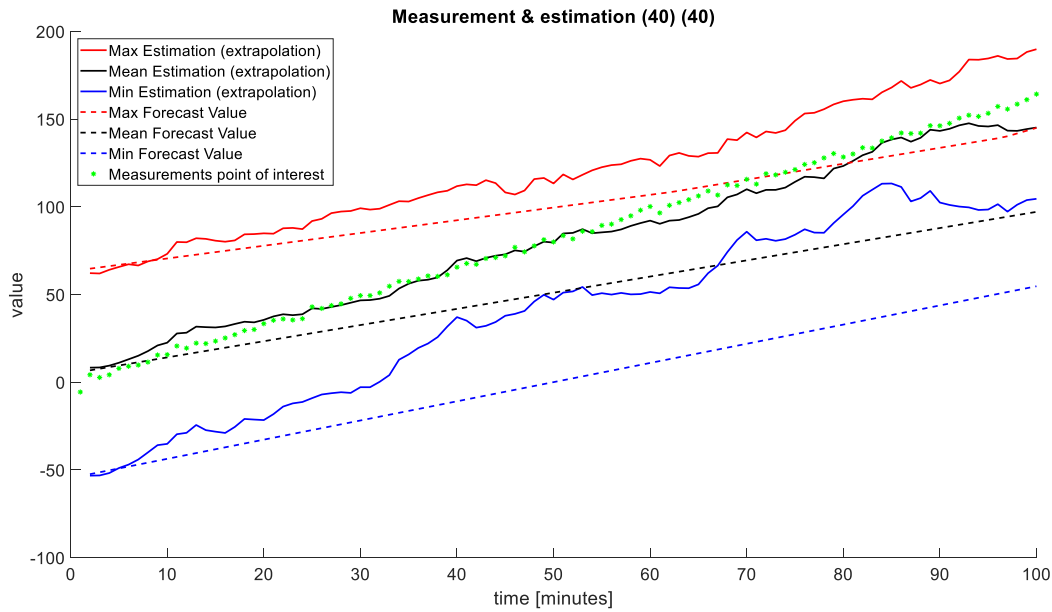


Figura 4.13 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (40)(40). Primer caso

4.2.2 Segundo caso

Analizado el primer caso en el que se tiene un punto de interés, ahora se establece que hay dos puntos de interés moviéndose por la malla. Cabe recalcar que la malla sobre la que se realiza éste segundo caso es la misma (40x50 nodos equiespaciados), de igual forma que se ha conservado el mismo valor R para ambos puntos, con valor igual a 2. Ambos puntos de interés recorren la malla a razón de unos 5 km/min, con la misma frecuencia de muestreo, una cada minuto.

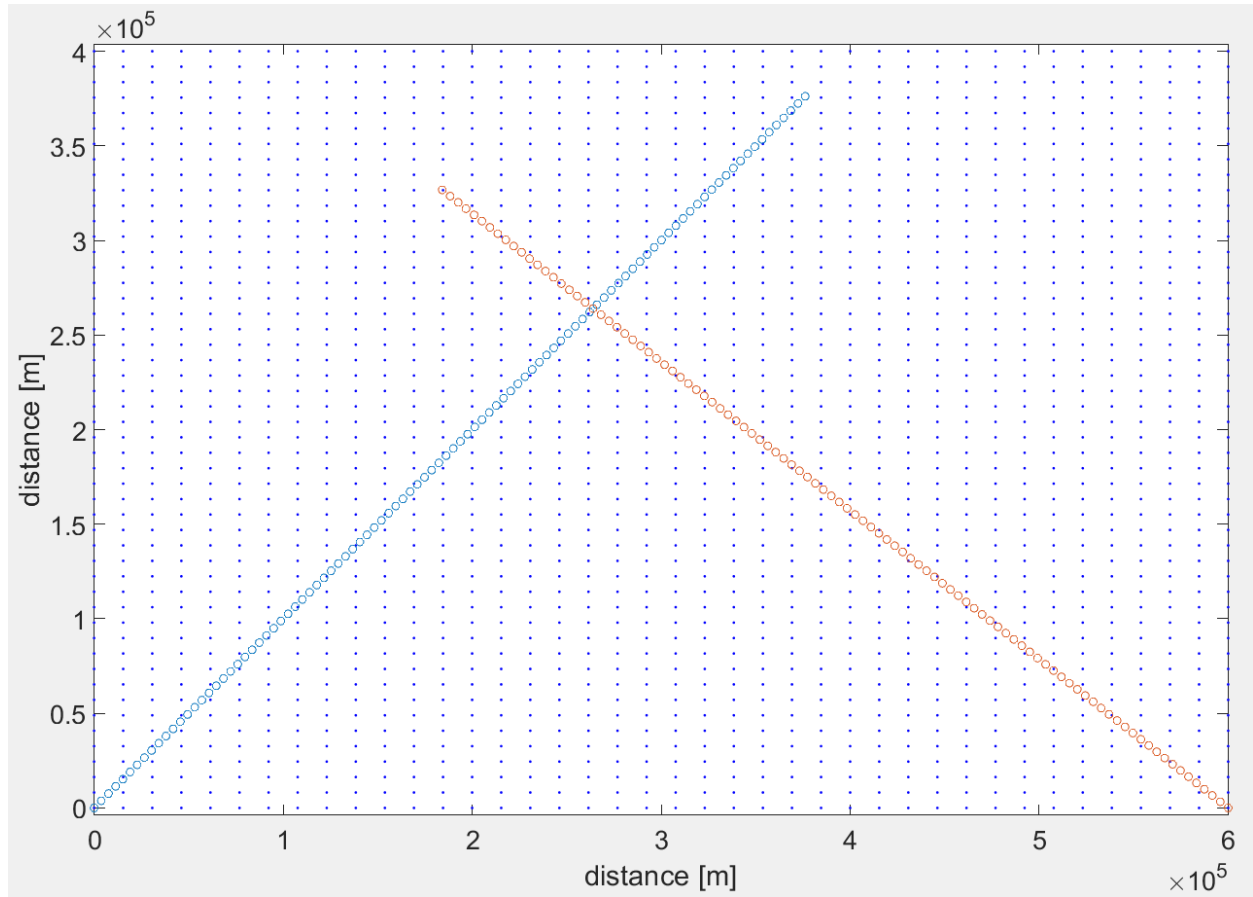


Figura 4.14 Trayectoria de dos puntos sobre la malla

En la Figura 4.14, la trayectoria del punto en color azul es la misma que en el caso anterior. La trayectoria del nuevo punto, en color rojo, se añade de manera que entre ambos haya muy poca coincidencia. Como se puede apreciar, las trayectorias son diagonales, y, por lo tanto, en términos de corrección del pronóstico, abarcan una mayor parte de la malla en comparación con el caso anterior.

La corrección del pronóstico se hace ahora teniendo en cuenta las estimaciones en ambos puntos de interés, considerando planos de regresión que relacionan cada nodo con los dos puntos de interés.

$$f_{E,j}^{[k]}(x, y) = a_{(x,y)}^{[k]} \cdot x_{E_1}^{[k]} + b_{(x,y)}^{[k]} \cdot x_{E_2}^{[k]} + c_{(x,y)}^{[k]} + \epsilon_{(x,y),j}^{[k]}, \quad 4.6$$

donde x_{E_1} y x_{E_2} son respectivamente las estimaciones en los puntos donde se tienen las observaciones, que surgen tras aplicar el filtro en cada una de las variables. Los coeficientes $a_{(x,y)}^{[k]}$, $b_{(x,y)}^{[k]}$, $c_{(x,y)}^{[k]}$ y $\epsilon_{(x,y),j}^{[k]}$ se obtienen a partir de la regresión entre los valores de los puntos de interés y los valores en los nodos en el pronóstico original.

Al establecerse ahora un plano de regresión, en vez de una recta de regresión como en el caso anterior, puede haber cierta coincidencia en los valores del pronóstico en los dos puntos de interés, y si hay coincidencia, a la hora de hallar los coeficientes del plano de regresión, se puede estar perdiendo una dimensión en los cálculos. Es decir, si los aviones están lo suficientemente cerca, podría haber problemas debido a la pérdida de rango en la resolución y cálculo de los coeficientes de regresión. Esto no ocurriría en la realidad, dado que supondría una colisión entre las aeronaves. A la hora de elaborar este ejercicio teórico, se produjo este fenómeno y merece la pena mencionarlo en caso de realizar futuros análisis sobre situaciones semejantes. Realizada la aclaración se continúa con la exposición de los resultados.

De esta manera, se presentan los resultados de forma semejante al primer caso. Primero, con cómo afecta el movimiento de los puntos de interés en el que se producen las observaciones y la correspondiente corrección sobre el pronóstico en cuatro instantes temporales.

En las imágenes presentadas a continuación, Figuras 4.13, 4.14, 4.15 y 4.16, se presenta el mismo estilo de mapa de colores que en el caso anterior, donde se indica la diferencia entre el máximo y el mínimo del pronóstico corregido.

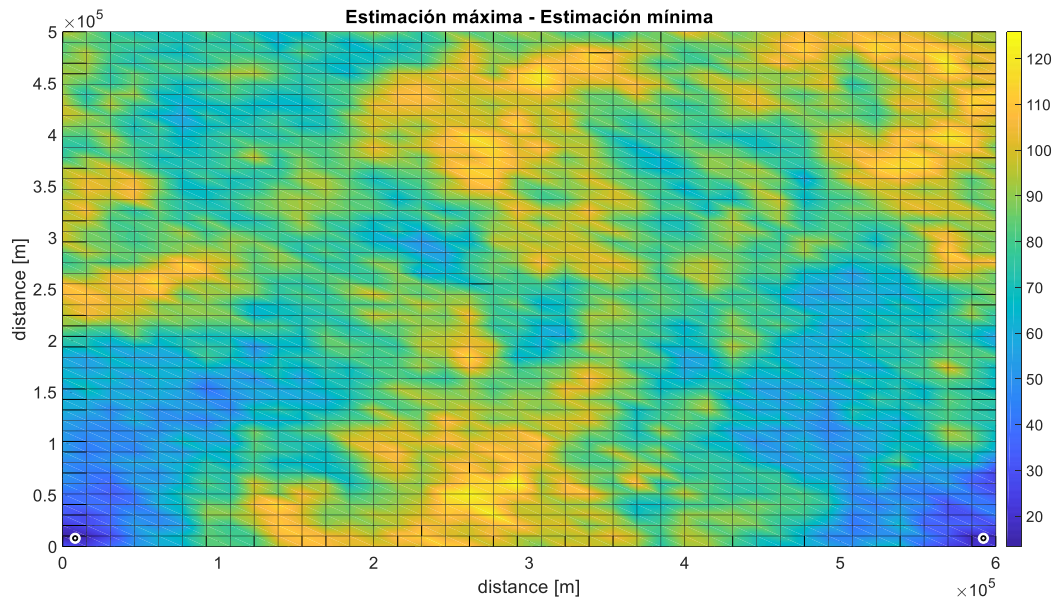


Figura 4.15 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 2.
Segundo caso

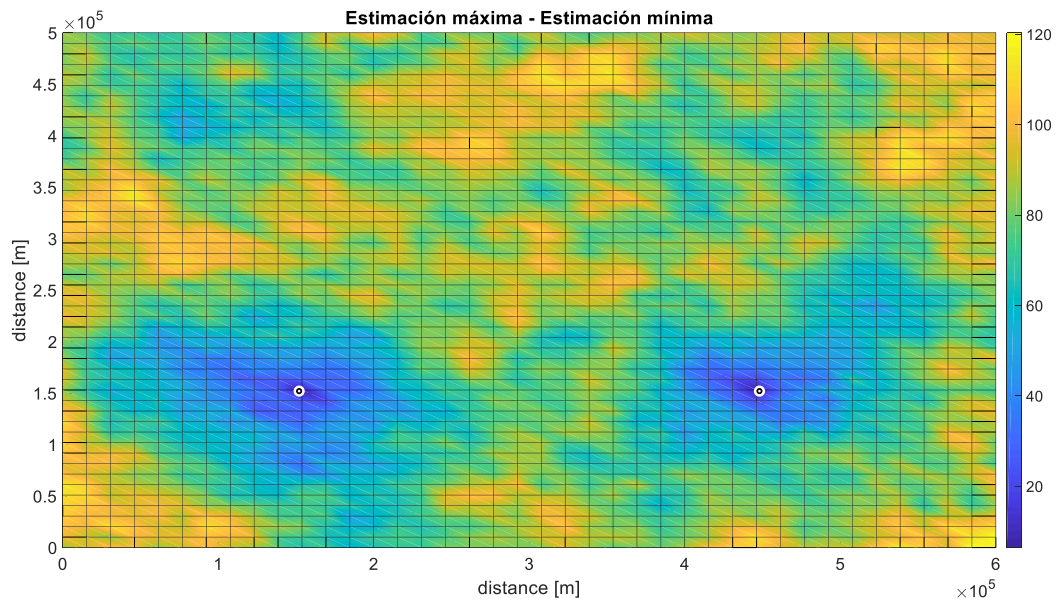


Figura 4.16 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 33.
Segundo caso

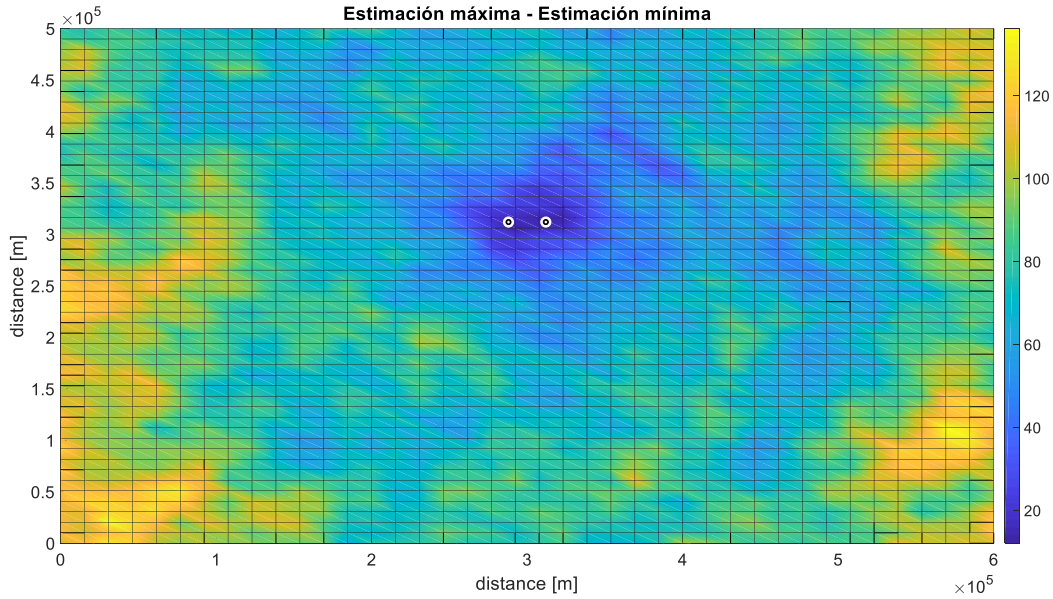


Figura 4.17 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 67.
Segundo caso

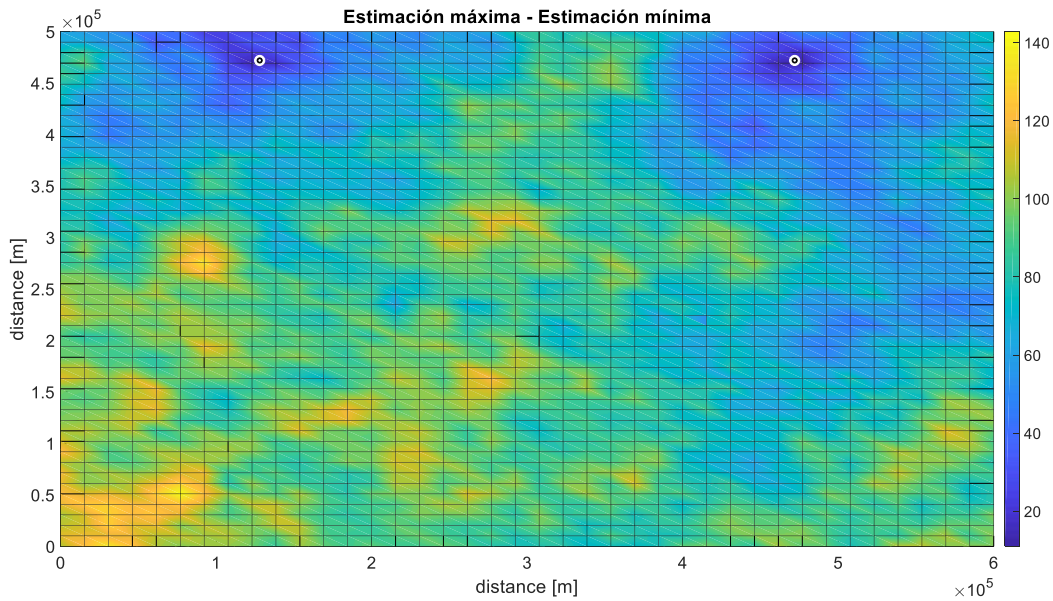


Figura 4.18 Mapa de colores, diferencia entre estimación máxima y mínima en los nodos en el instante 100.
Segundo caso

En las figuras del segundo caso (Figuras 4.15, 4.16, 4.17 y 4.18), se observa que el área de influencia es mayor que en las figuras del primer caso (Figuras 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7) por motivos obvios, hay dos puntos con observaciones en la malla en vez de uno, por lo que la corrección del pronóstico será ligeramente mayor, en términos medios, en más nodos de la malla. La diferencia no es mucha en los nodos alejados de los puntos de interés, dada el área de influencia que tiene cada punto sobre los nodos de la malla.

Primero, se presenta en la Figura 4.19 el comportamiento del punto de interés 1, que es el mismo que en el caso anterior.

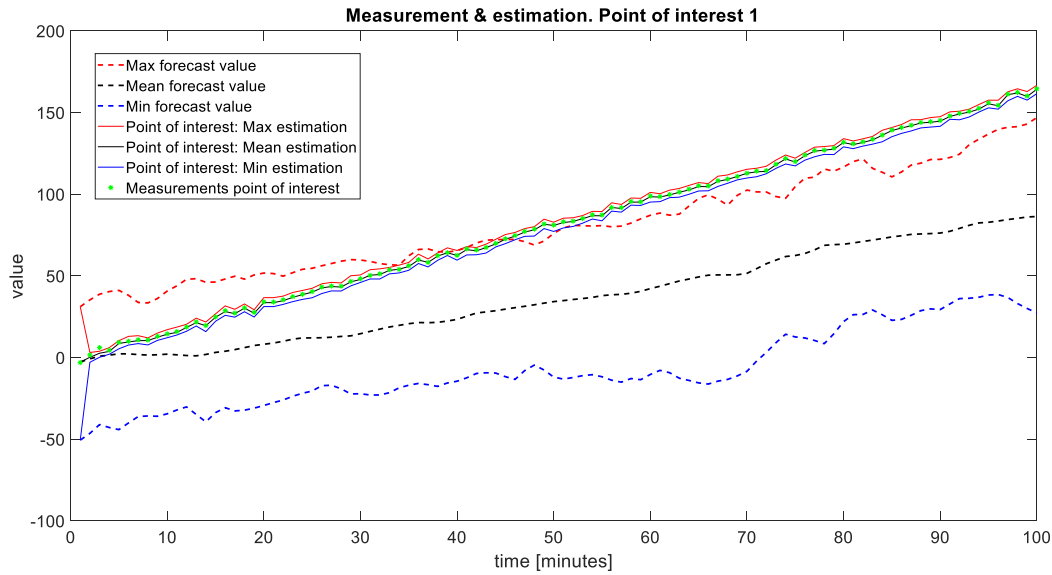


Figura 4.19 Rangos de valores estimados en el punto de interés 1. Segundo caso

Y en la Figura 4.20 el comportamiento del punto de interés 2.

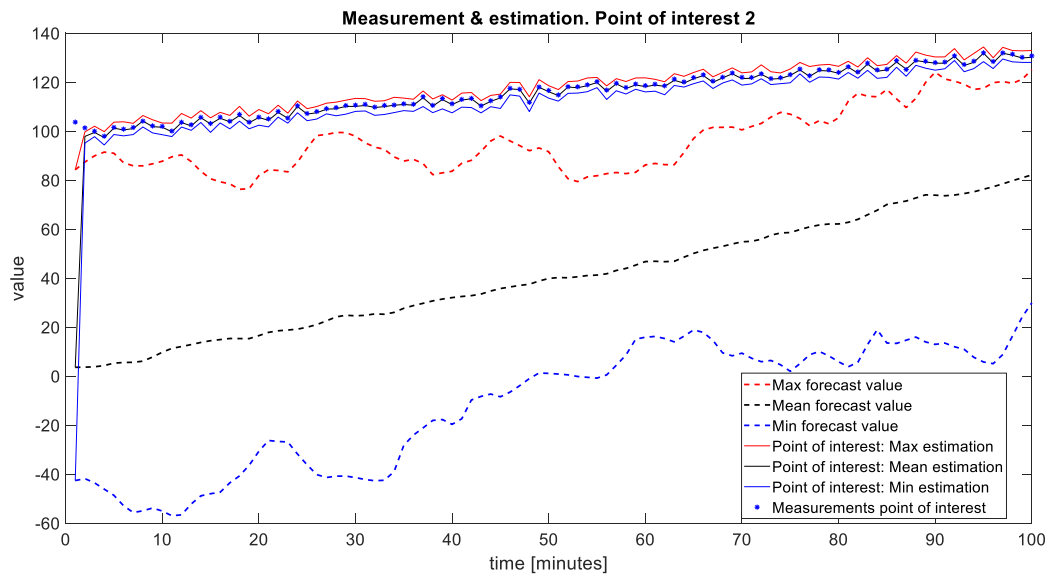


Figura 4.20 Rangos de valores estimados en el punto de interés 2. Segundo caso

La diferencia entre ambos comportamientos viene dada por la evolución del sistema, cuyos valores aumentan con el tiempo y hacia el este, dada por la ecuación 4.5. Al ser diferentes las trayectorias, los estados en ambas aeronaves son distintos en general, excepto en el entorno en el que se encuentran muy cerca, aproximadamente en el instante 75.

Es interesante, pues, ver el efecto que produce el añadir un segundo punto de interés sobre el canal del pronóstico corregido en una serie de nodos a lo largo del tiempo. Para seguir el mismo procedimiento que en el caso anterior, se analizan los mismos cuatro nodos de antes y se busca comprobar qué diferencias de comportamiento hay al añadir un segundo punto con observaciones.

Como se puede apreciar en el conjunto de figuras (Figuras 4.21, 4.22, 4.23 y 4.24), el impacto de las observaciones es mayor, en términos generales. Esto es debido a que los dos puntos, debido a su trayectoria, abarcan gran parte de la malla. En los nodos (20)(40), Figura 4.23, y (40)(40), Figura 4.24. se aprecia una

mayor diferencia con respecto al primer caso. Ahora, se observa una mayor influencia de las observaciones de las aeronaves y además, el canal se estrecha ligeramente más y durante un periodo de tiempo más largo en el nodo (20)(40), Figura 4.23, nodo cercano al cruce de las trayectorias. En el momento en el que el primer punto de interés (asteriscos verdes) va perdiendo influencia sobre el nodo la va tomando el segundo punto de interés (asteriscos azules), algo que se aprecia dese el instante 60 hasta aproximadamente el 85. Una vez superado ese instante, la mejora producida por las observaciones en ambos puntos va disminuyendo, al ir aumentando la distancia con respecto al nodo, y al aumentar también la diferencia de los valores de las observaciones, y por tanto de las estimaciones, en los puntos de interés, produciendo así el ya mencionado ensanchamiento del canal de valores.

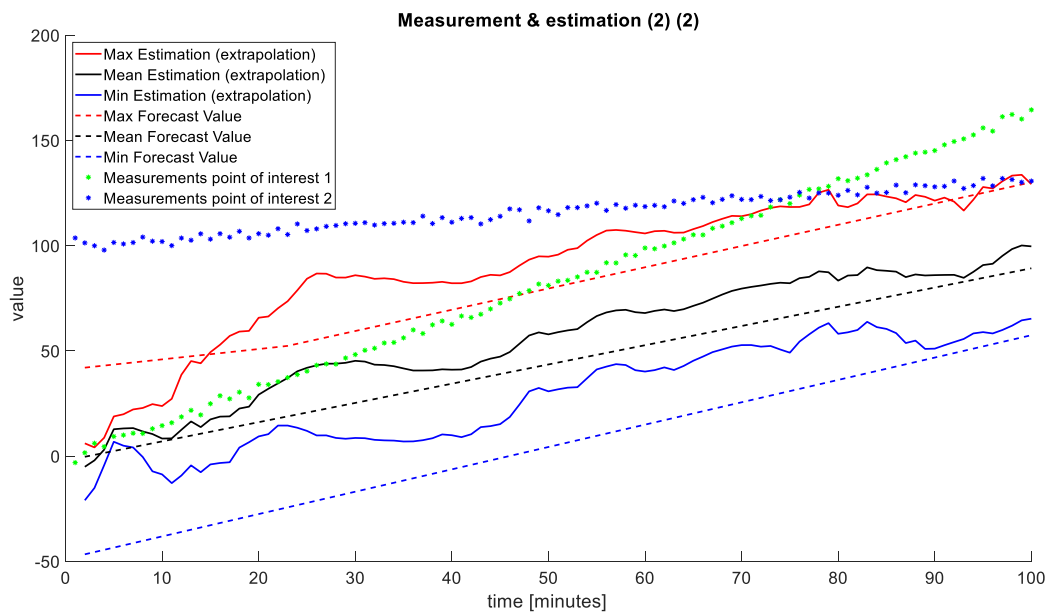


Figura 4.21 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (2)(2). Segundo caso

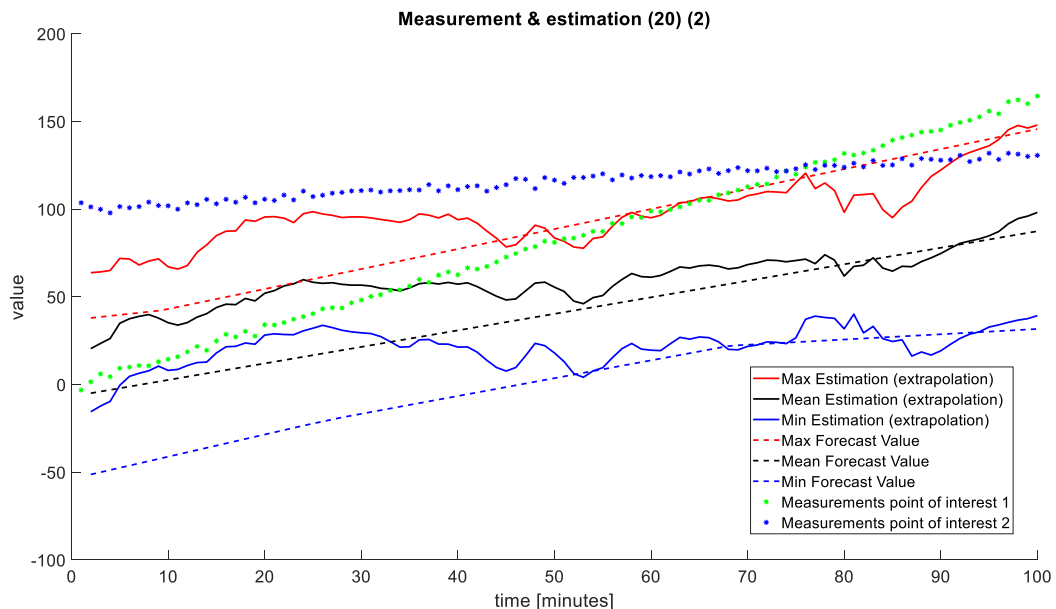


Figura 4.22 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(2). Segundo caso

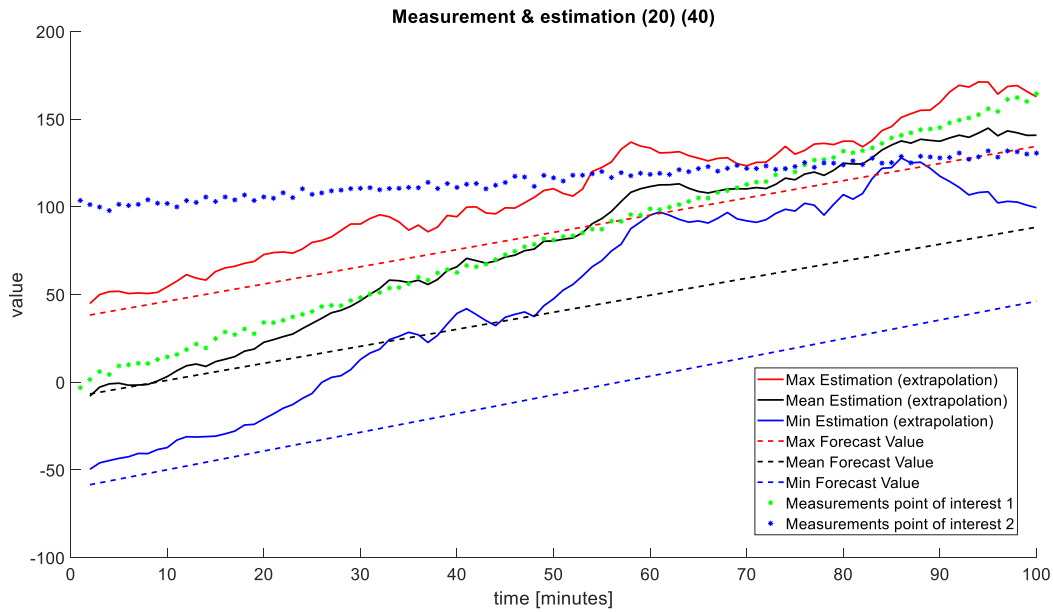


Figura 4.23 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (20)(40). Segundo caso

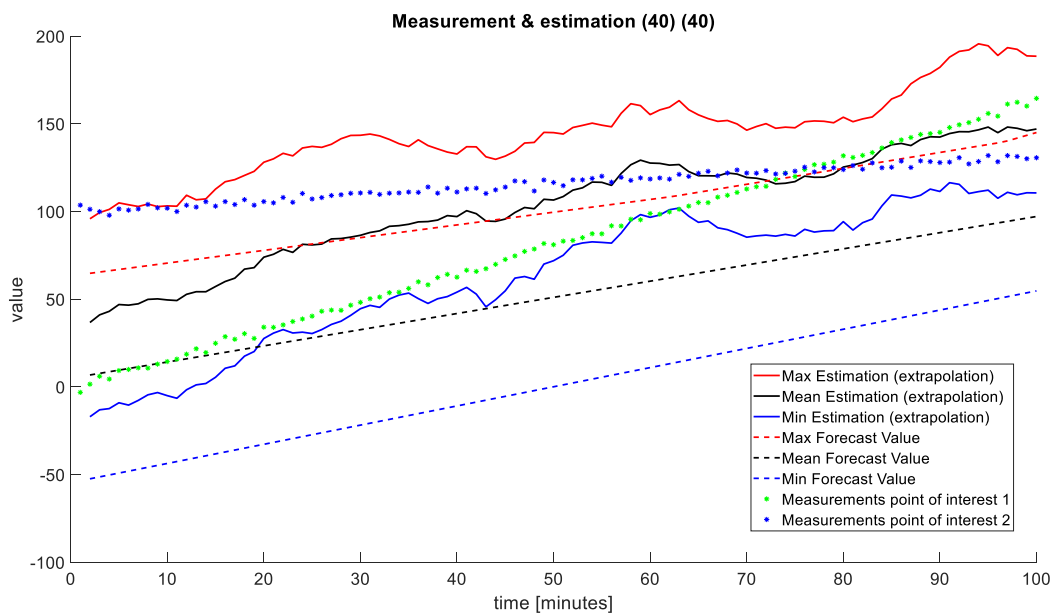


Figura 4.24 Rangos de valores del pronóstico y el pronóstico corregido en el nodo (40)(40). Segundo caso

5 APLICACIÓN A PRONÓSTICO METEOROLÓGICO

En este capítulo, siguiendo la línea presentada en el capítulo anterior, se aplica el método a un caso real, tratando de buscar una mejora de un pronóstico meteorológico. El desarrollo se apoya en COSMO-D2 EPS, la página web FlightRadar24 y la aplicación de los desarrollos previos para mostrar la influencia que pueden tener las observaciones en la corrección de un pronóstico real.

5.1 Presentación del problema

La aplicación al pronóstico meteorológico se va a basar en la fusión de datos entre un pronóstico meteorológico emitido con varias horas de antelación y una serie de observaciones meteorológicas transmitidas por aeronaves. Similar al caso teórico resuelto en la malla en el capítulo anterior, se utiliza el Ensemble Square Root Filter. Se debe disponer por tanto de dos fuentes de información, que son el modelo COSMO-D2 EPS para el pronóstico y FlightRadar24 para las observaciones.

Con estas dos fuentes de información, aplicándolas a las variables viento zonal, viento meridional y temperatura, se espera realizar una corrección de los resultados obtenidos a partir de la primera fuente de información, teniendo en cuenta las observaciones de la segunda.

Antes de todo, se detalla de forma algo más concreta en qué consiste COSMO-D2 EPS y cómo se extraen los datos de FlightRadar24.

5.1.1 COSMO-D2 EPS

COSMO-D2 EPS [10] [11] es un modelo de alta resolución de predicción del tiempo atmosférico, con cobertura en Alemania y países adyacentes. Se considera un modelo de corto alcance, en el sentido que proporciona predicciones en pasos de 1 hora, hasta un máximo de 27 horas. Cabe decir que los pronósticos del modelo son actualizados cada 3 horas en base a observaciones posteriores que se realizan. Debido, además, a la alta resolución ya mencionada, con un mallado muy fino de aproximadamente 2,2 km entre cada nodo, este modelo se utiliza principalmente para mejorar pronósticos de condiciones climáticas especialmente adversas, tales como aquellas en las que se tiene un alto nivel de humedad (tormentas supercelulares o multicelulares, líneas de turbonadas,...) o muy localizadas (nieblas, lluvias torrenciales intensas,...)

COSMO-D2 EPS realiza pronósticos para una malla de 716x651 nodos, con 20 miembros para cada variable que analiza por nodo. Además de eso, cuenta con varios niveles verticales, un total de 65 niveles atmosféricos. Para realizar estos pronósticos, es muy importante el proceso de generación de los valores de los miembros. Éste se basa en el cambio de algunas de las características del sistema del pronóstico, tales como la variación del estado inicial, los modelos físicos, la humedad del suelo, las condiciones de contorno laterales,... Para los cuales, se utilizan varios modelos globales.

La región de cobertura de COSMO-D2 EPS, Alemania y países adyacentes, es la presente en la Figura 5.1:

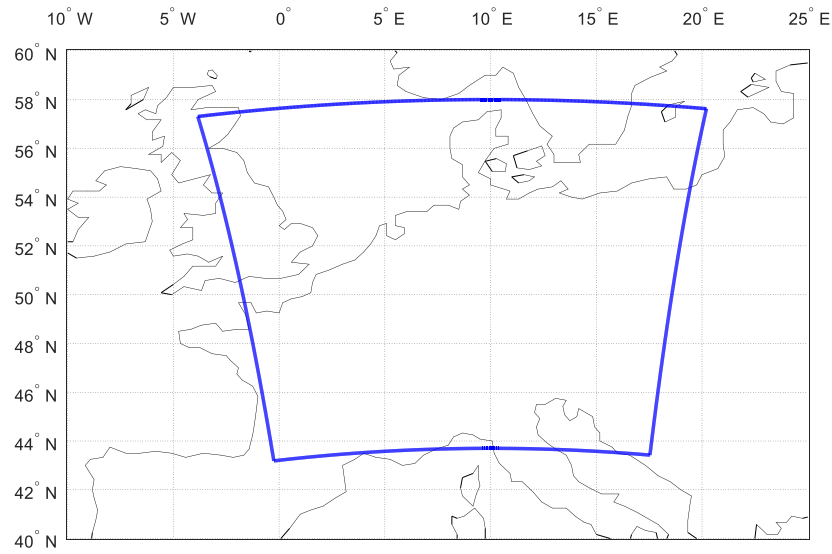


Figura 5.1 Región de cobertura de COSMO-D2 EPS

En cuanto a los resultados obtenidos en el pronóstico de COSMO-D2 EPS, se presenta en las Figuras 5.2, 5.4 y 5.6 la media del pronóstico para las variables de estudio (viento zonal, viento meridional y temperatura) y en las Figuras 5.3, 5.5 y 5.7 la diferencia entre el pronóstico máximo y mínimo para las mismas variables, para un horizonte de predicción de 4 horas. Esto sucede en un día concreto, 14 de febrero de 2019, emitiendo una predicción a las 9:00h para las 13:00h.

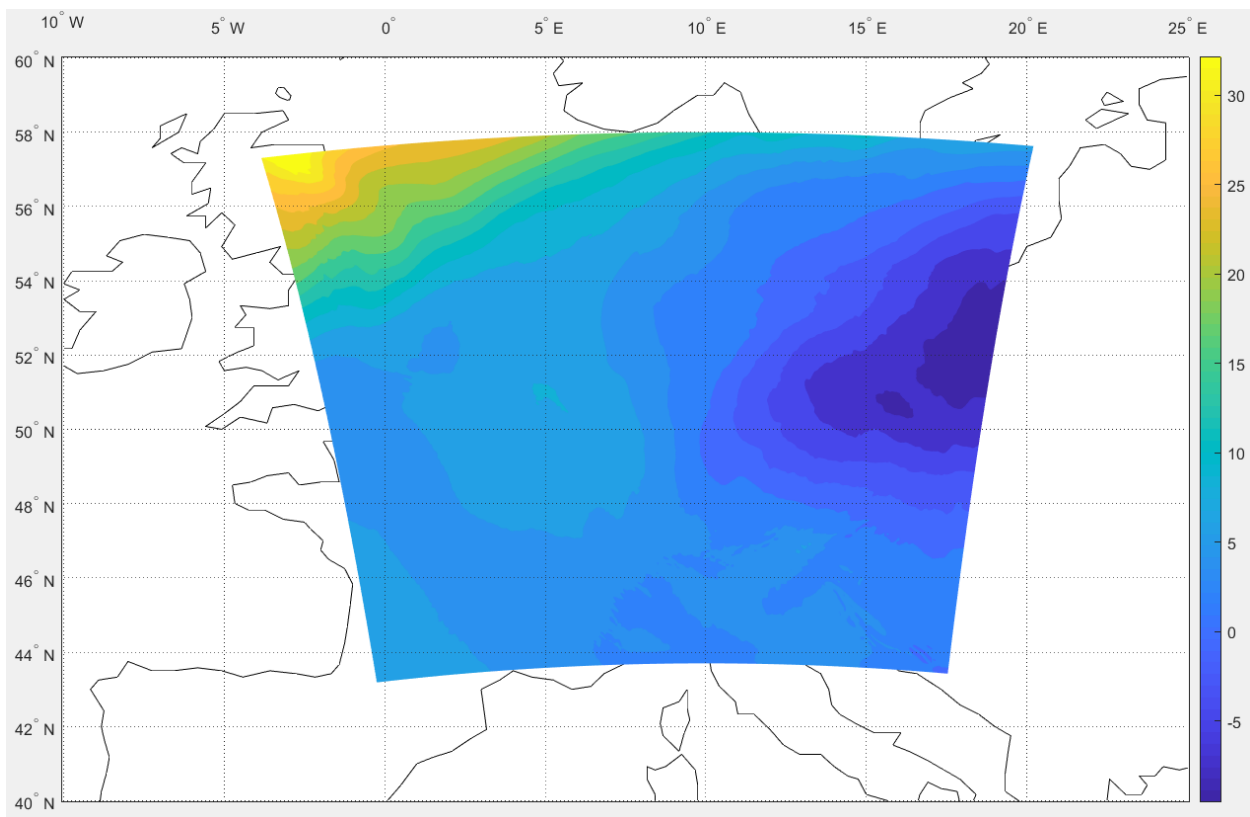


Figura 5.2 Media del viento zonal en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS

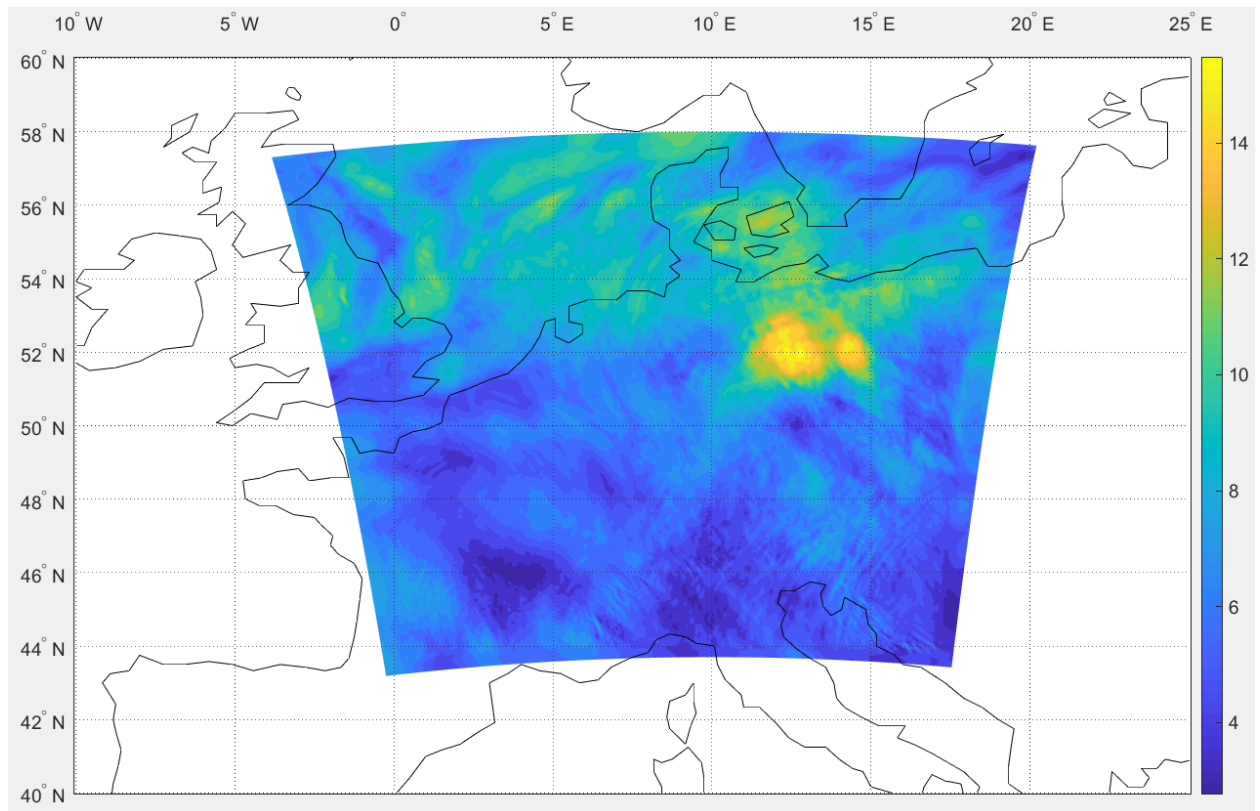


Figura 5.3 Diferencia entre viento zonal máximo y mínimo en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS

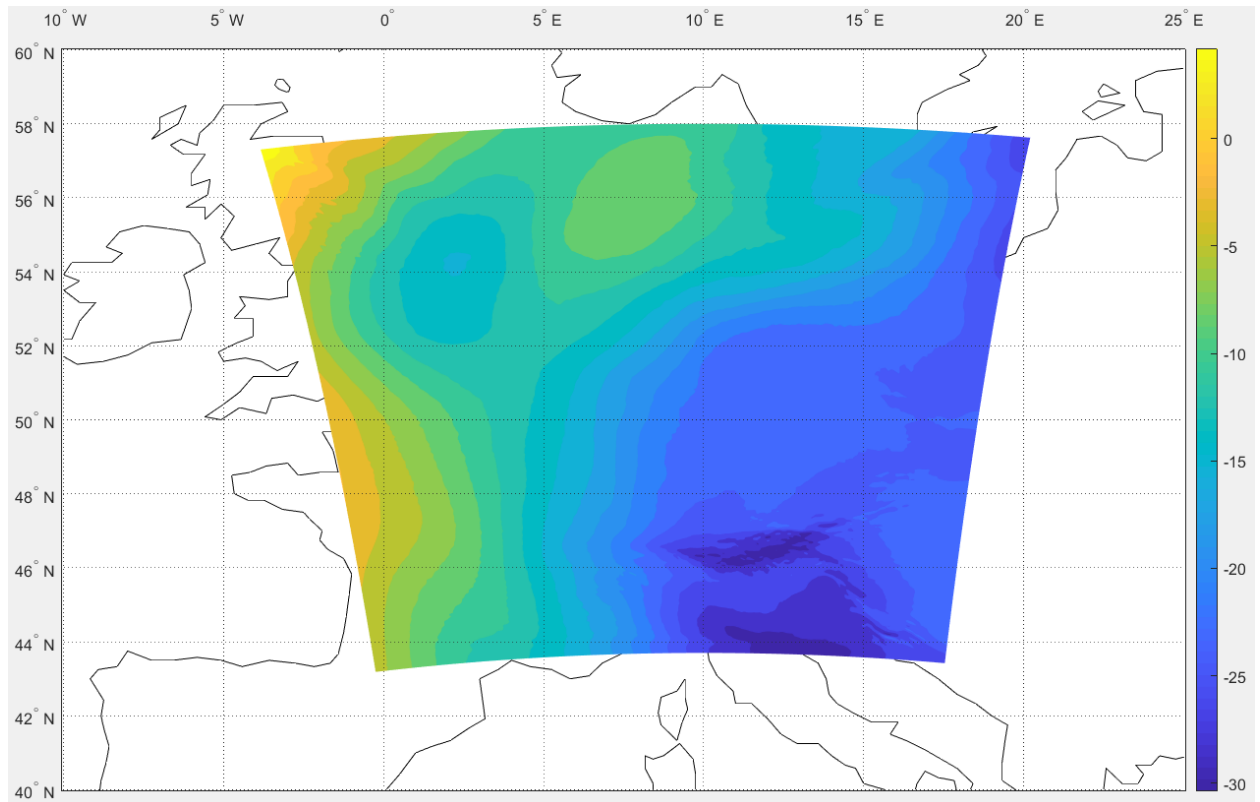


Figura 5.4 Media del viento meridional en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS

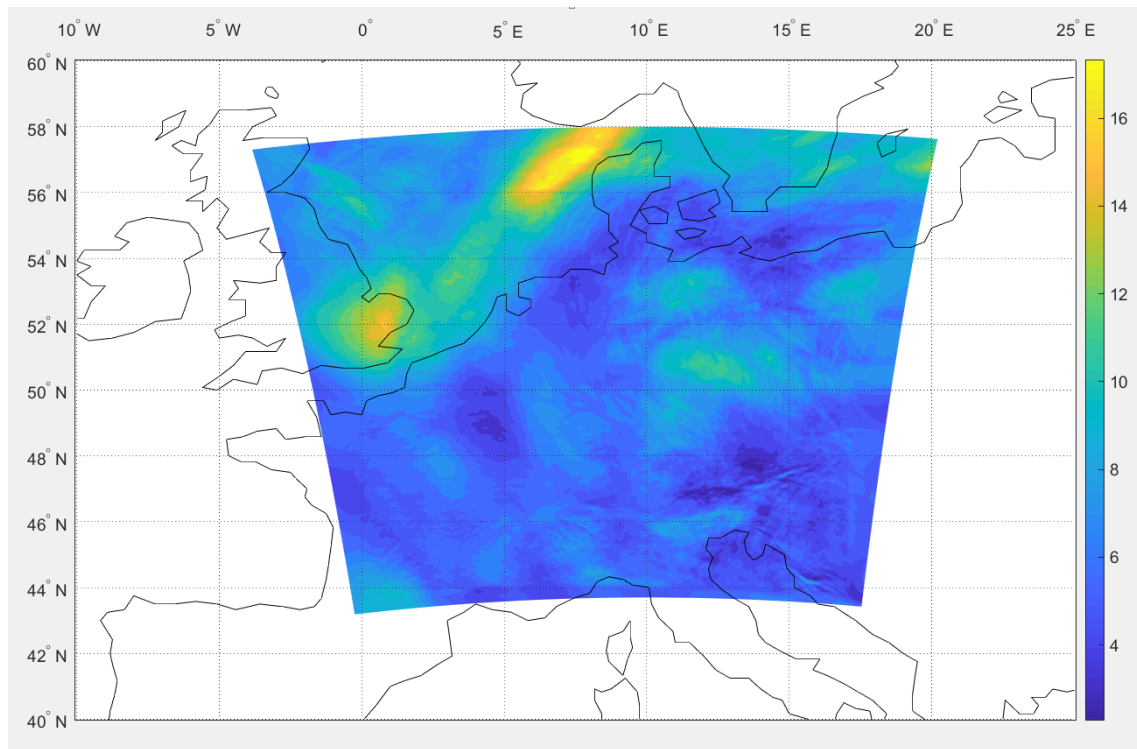


Figura 5.5 Diferencia entre viento meridional máximo y mínimo en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS

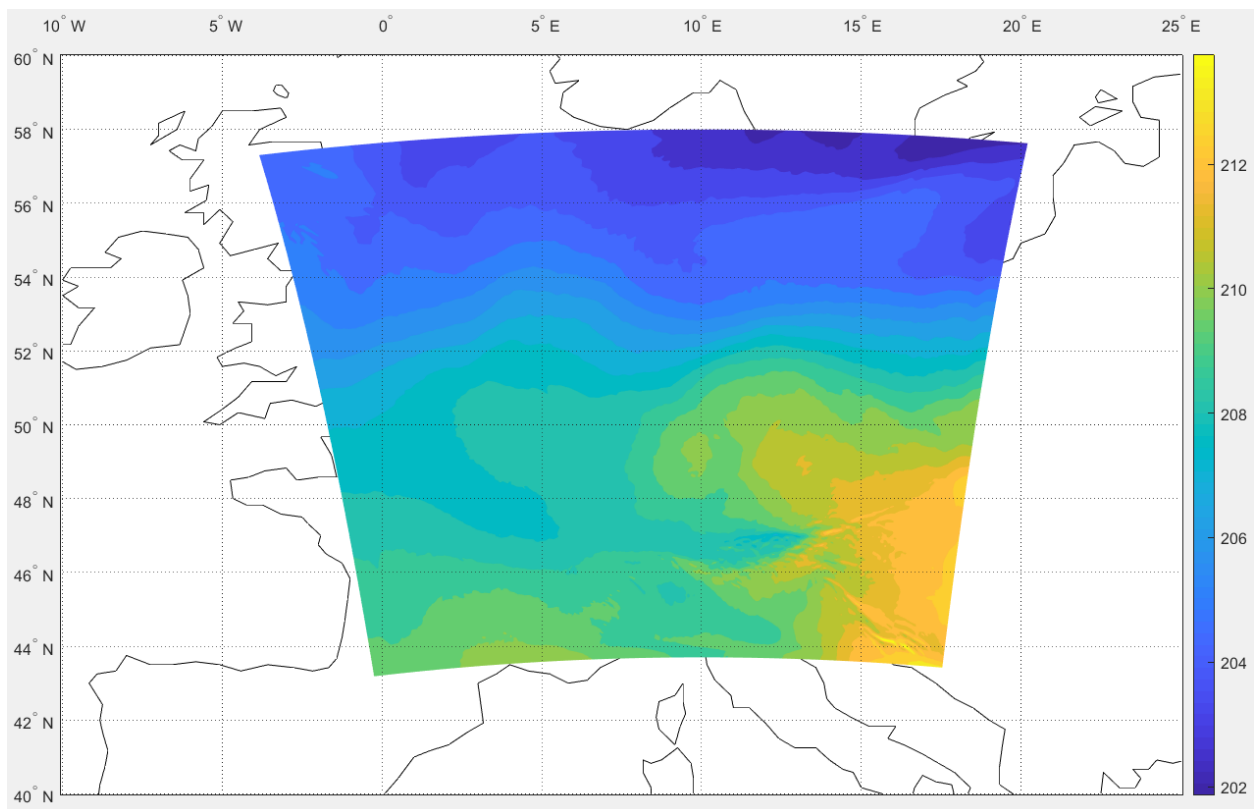


Figura 5.6 Media de la temperatura en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS

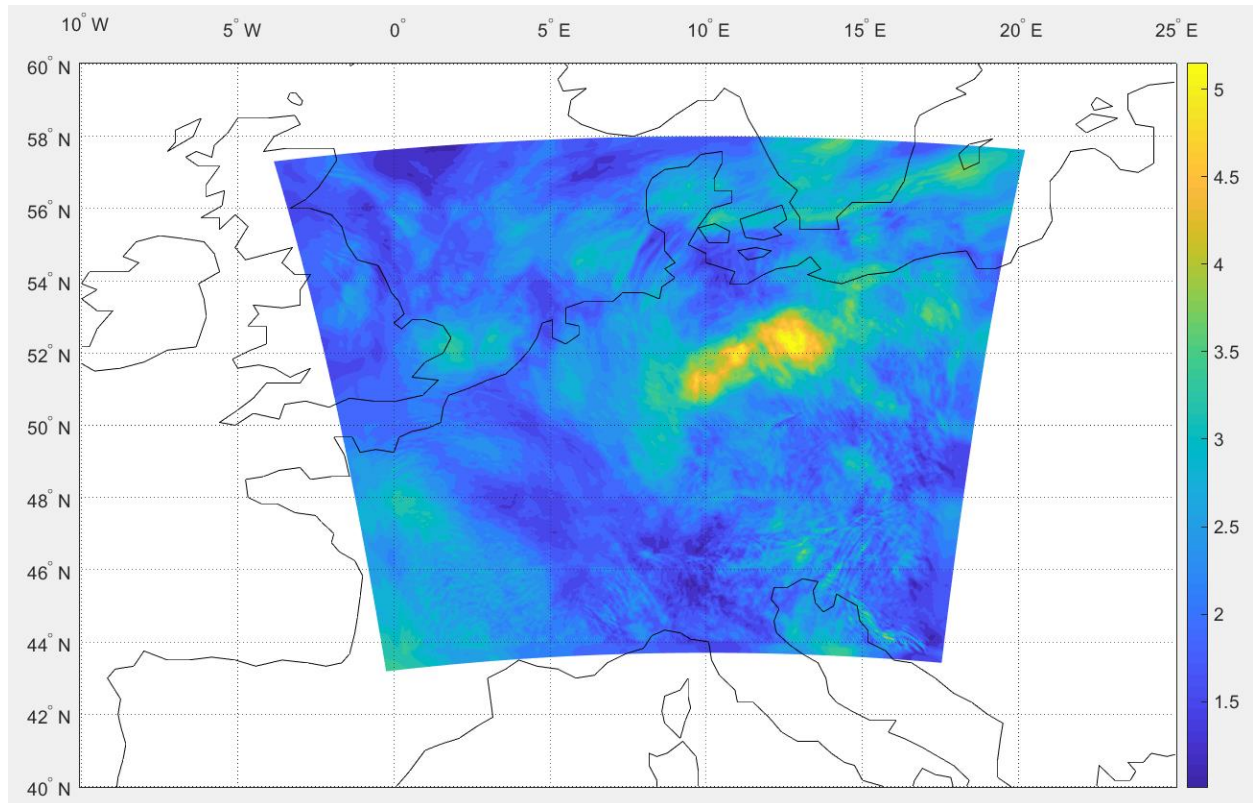


Figura 5.7 Diferencia entre temperatura máxima y mínima en cada nodo de la malla COSMO-D2 EPS

En la Figura 5.2 y la Figura 5.4 se observa que la media del viento zonal y el viento meridional varía ampliamente en la malla, de unos 30 m/s a unos -5 m/s y de unos 0 m/s a unos -30 m/s respectivamente. De la Figura 5.3 y la Figura 5.5 se desprende que la diferencia máxima visible en la malla entre el viento máximo y mínimo en un nodo se sitúa en torno a unos 15 m/s a 17 m/s. La desviación típica media en los nodos es de unos 1,7 m/s. La intensidad positiva del viento meridional marca dirección norte y la intensidad positiva del viento zonal marca dirección este.

En la Figura 5.6, se observa que la temperatura media oscila entre unos 202 K y unos 212 K. En la Figura 5.7 se puede observar que la diferencia máxima visible en la malla entre la temperatura máxima y la mínima se sitúa en torno a unos 5 K. La desviación típica media de la temperatura en los nodos es de unos 0,7 K.

5.1.2 FlightRadar24

La otra herramienta utilizada es FlightRadar24, de donde se tiene información recibida de los aviones mediante la captación de paquetes de ADS-B y Mode-S EHS, además de MLAT (multilateración de receptores de FlightRadar24) e información de la FAA.

Flightradar24 proporciona información relativa al avión, tanto de su número de vuelo, como compañía o edad del avión, además de la evolución de la altitud calibrada y de GPS, la velocidad vertical, la dirección de la trayectoria del avión, la velocidad con respecto a la tierra, la velocidad verdadera e indicada, el mach, la intensidad y dirección del viento, la temperatura y, por último, la latitud y longitud, ver Figura 5.8. Hay algo más de información disponible en la web, pero se han indicado esas variables por su importancia desde un punto de vista aeronáutico. Cabe mencionar que de todas las variables mencionadas que se pueden extraer de Flightradar24, se utilizan en el presente documento, además de la latitud y longitud, la temperatura, la intensidad y dirección del viento. Con éstas dos últimas se forman las variables intensidad de viento zonal e intensidad de viento meridional. Se desconoce si los valores de las variables atmosféricas proporcionados corresponden a observaciones reales de las aeronaves o si provienen de otras fuentes; a todos los efectos, en este capítulo, se van a considerar como observaciones reales. No se ha encontrado información sobre si la dirección del viento en Flightradar24 es geográfica o magnética, pero en la zona de estudio, que es el centro de Europa, no hay apenas diferencia entre uno y otro. En la Figura 5.8 se presenta una instantánea del vídeo, donde se pueden observar los diferentes parámetros que ya se han mencionado anteriormente.

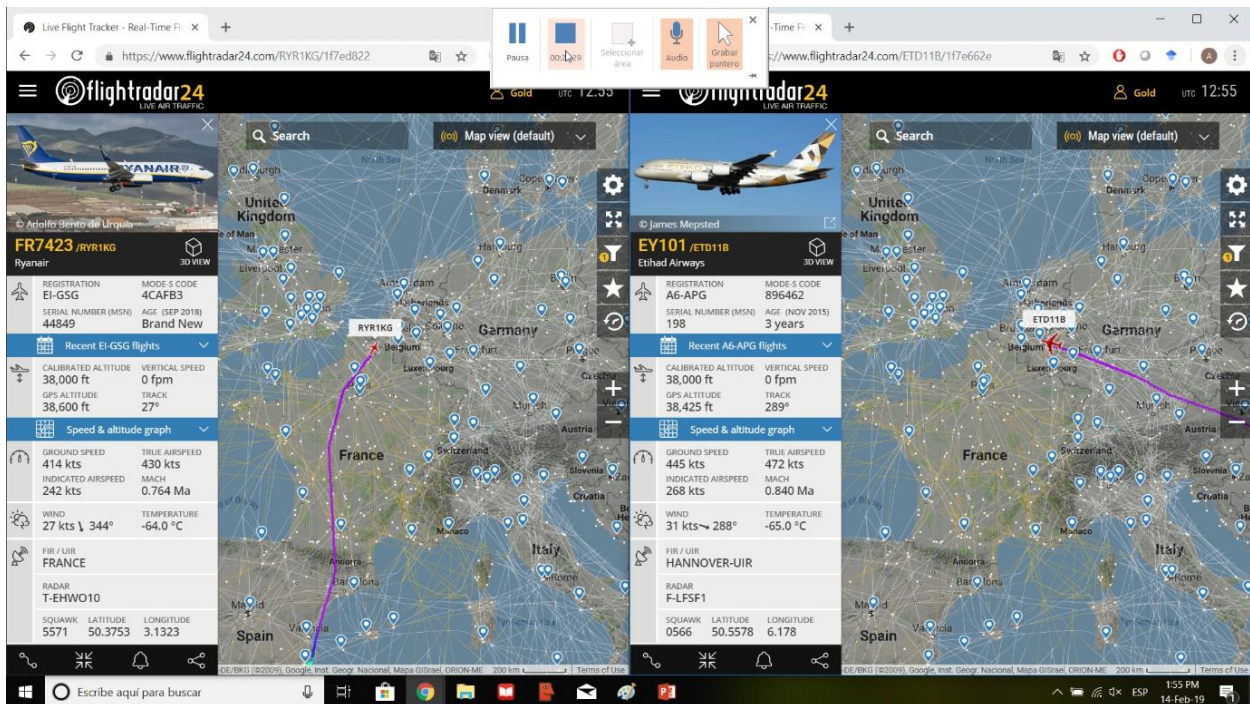


Figura 5.8 Instantánea del vídeo capturado de FlightRadar24

La manera de realizar la extracción de los datos ha sido mediante la grabación de un video siguiendo la trayectoria y la evolución de las variables a lo largo de un periodo determinado de tiempo. Dicho video, se analiza tomando los valores cada 10 segundos. Este análisis se ha tratado de simplificar utilizando herramientas de OCR (Reconocimiento Óptico de Caracteres), que han facilitado bastante el trabajo de extracción de datos. Aún así, los datos extraídos mediante OCR han sido revisados visualmente, para evitar posibles errores desprendidos del uso de OCR.

Los datos extraídos de Flightradar24 pueden verse alterados en algún paso intermedio, por ejemplo, en la decodificación y presentación de éstos que se hace en la misma página web. Además, en virajes, o durante algunas maniobras con un giro pronunciado, la corriente de aire en torno al tubo de Pitot puede ser irregular, produciendo perturbaciones tales que den lugar a datos en instantes concretos que no sean coherentes con el resto de observaciones, y, por tanto, deberían ser descartados, según comenta de Haan [3]. Es importante destacar la importancia de analizar las observaciones, ya que se pueden producir mediciones erróneas que afecten al estudio. Resulta necesario pues reducir el impacto de estas observaciones al mínimo posible ya que no se alinean con las de su entorno. A estos datos se los suele denominar “*outliers*” y se busca disminuir su influencia con vistas a mejorar el análisis del comportamiento real de las variables. Es decir, es necesario utilizar algún filtro que permita descartar estos datos contaminados o “*outliers*”. Para ello, se aplican dos métodos, uno a continuación del otro. El primer filtro, tiene como objetivo ir eliminando aquellos datos que se diferencia mucho de los de su entorno. El segundo filtro, permite obtener la tendencia general de cada subconjunto de valores.

El primero de los métodos, consiste en un cribado de los datos notablemente diferentes a los demás. Este cribado consiste en ir tomando ventanas temporales, en este caso de 180 segundos, en torno a un valor central. Sin tener en cuenta este valor central, se calcula la media y la desviación típica del resto de valores de la muestra en dicha ventana temporal. Si la diferencia entre el valor central y la media calculada es mayor de dos veces la desviación típica, dicho valor se reemplaza por la media calculada. Este proceso se realiza dos veces consecutivas. De esta manera, se van filtrando los “*outliers*”. Schäfer [12] trata el mismo método, variando las ventanas temporales, para lidiar con estos datos que desentonan enormemente con los de su entorno.

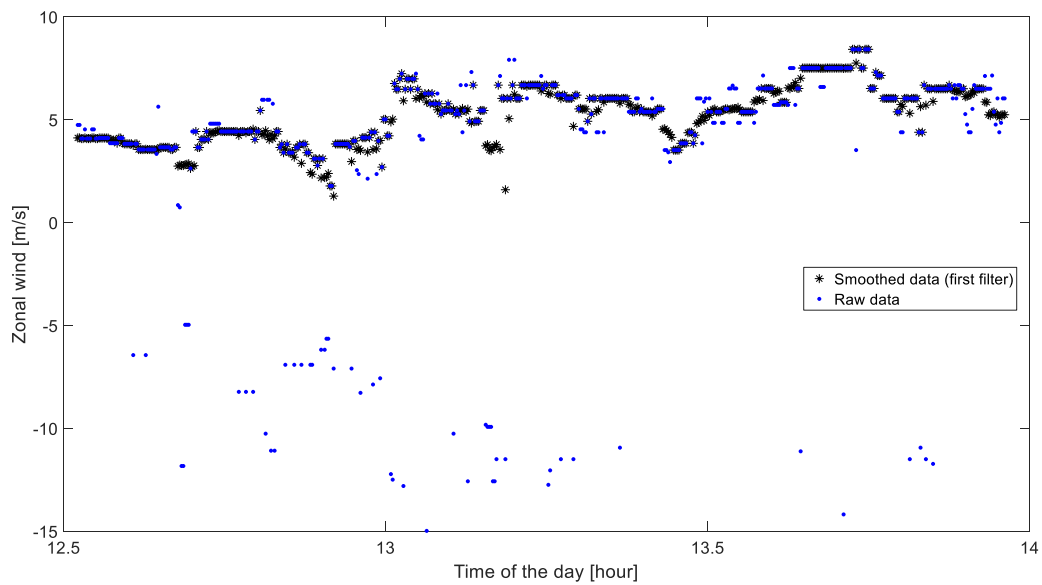


Figura 5.9 Aplicación del primer método de suavizado

A modo de ejemplo, en la Figura 5.9 se presentan los resultados, tras el primer método, para el suavizado del viento zonal aplicado a las observaciones de la primera aeronave. Como es visible en esta figura, la mayoría de observaciones que se “desviaban” de las de su entorno han sido reemplazadas por los valores calculados a través de las ventanas temporales. Esto produce que no haya saltos tan pronunciados de un instante temporal a otro, y se filtren las observaciones, en este caso, por debajo de un valor determinado.

El segundo método, consiste en aplicarle a los datos ya cribados un algoritmo de suavizado. Éste consiste en aplicar una media deslizante, parecido a las ventanas temporales del método anterior. En este caso se reduce el número de observaciones, ya que se sustituye cada subconjunto de 6 medidas por el valor de una interpolación lineal en el punto medio, de Haan [3] considera subconjuntos de 15 valores y aquí se consideran 6, ambos en ventanas de 60 segundos.

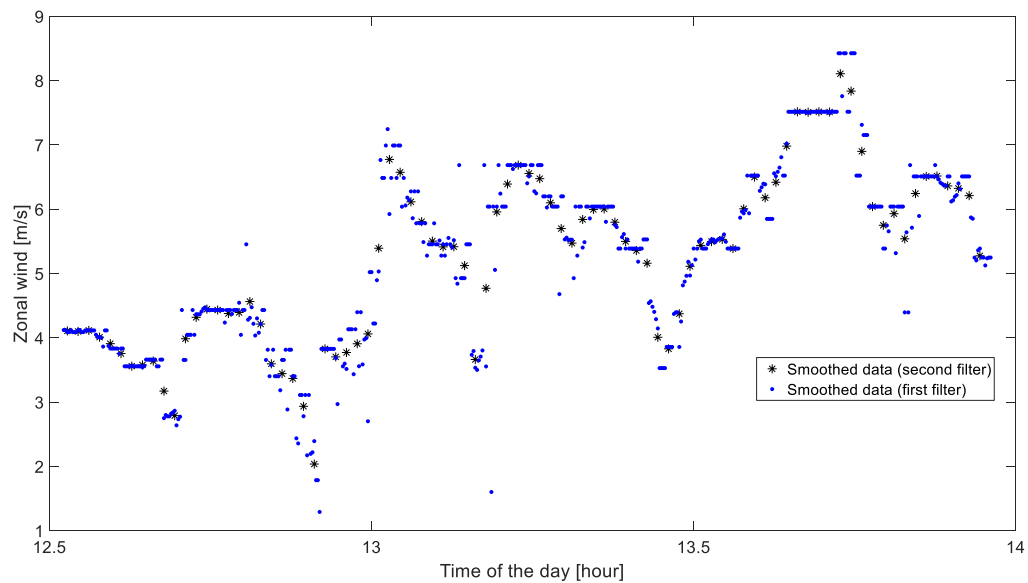


Figura 5.10 Aplicación del segundo método de suavizado

En la Figura 5.10 se presentan los resultados tras aplicar el segundo método a los resultados del primer filtro para la primera aeronave. La tendencia al “suavizado” a la hora de aplicar el método no es tan obvia, se siguen viendo “saltos” de un instante temporal al siguiente, aunque al reducir el número de puntos sí que facilita ese “suavizado”, más relacionado con observar comportamientos generales de la variable con el tiempo en vez de alguna variación puntual que se produzca.

En la Figura 5.11, se observa que se terminan de eliminar ciertas tendencias que se tenían tras la aplicación del primer método (Figura 5.9), por ejemplo, la concentración de medidas “corregidas” en los entornos de medidas aisladas, como se puede observar en la zona enmarcada al compararla con la Figura 5.9. Ahora las observaciones no se aglomeran en un “pico” que no guardaba apenas relación con el entorno, si no que se reduce a un valor puntual que destaca pero no supone un cambio significativo en la tendencia del comportamiento durante un intervalo determinado de tiempo. Por debajo de un cierto valor, se han filtrado todos los valores de los datos brutos de las observaciones. Ahora cada subconjunto de datos ha sido “traducido” a una medida que marca la tendencia en las ventanas temporales definidas. Por último, de esta manera, se presentan en la Figura 5.11, las observaciones del viento zonal del primer avión y los resultados tras aplicar los dos métodos secuencialmente.

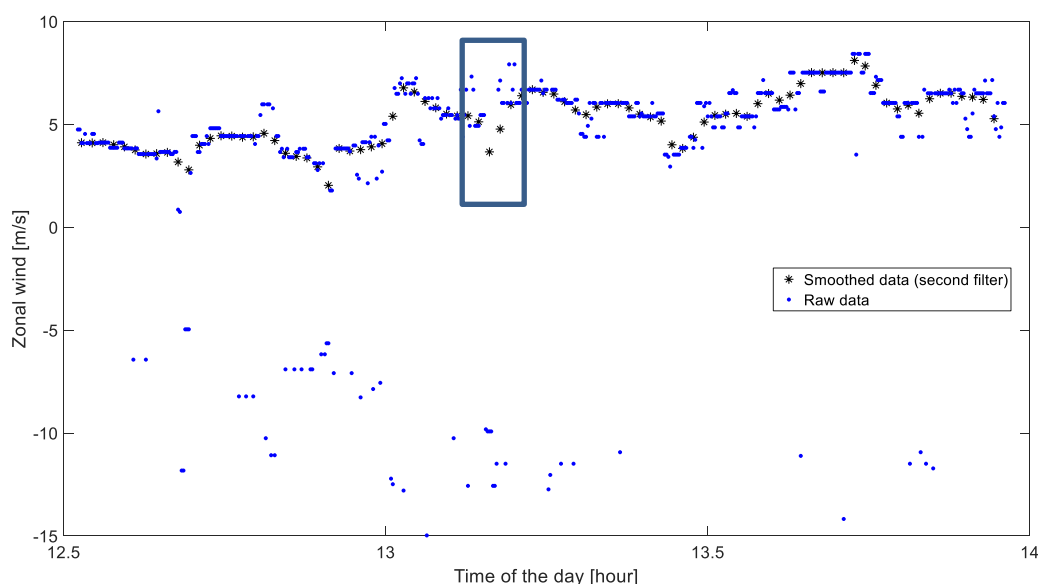


Figura 5.11 Datos del viento zonal. Brutos y tras el suavizado

Es necesario recalcar que lo que se pretende obtener son tendencias generales, que es lo que se analiza en COSMO-D2 EPS, tanto por sus horizontes temporales como por la definición de la malla. Casos en los que la aeronave se encuentre con ráfagas o fenómenos similares que produzcan variaciones abruptas en la intensidad del viento no quedarían contemplados.

5.2 Resultados

Para la implementación de la aplicación al pronóstico meteorológico, teniendo en cuenta lo descrito para el modelo COSMO-D2 EPS y FlightRadar24, se buscan dos aviones cuyas trayectorias cruzan el centro de Europa a una altitud más o menos constante. De esta manera, se simplifica relativamente el problema al resolverlo en un plano horizontal, tal y como se resolvieron anteriormente los casos académicos.

Para comenzar, se utiliza Flightradar24, página web de la que se graba en tiempo real la información de dos aviones en crucero a altitud aproximadamente constante, los aviones con identificadores EI-GSG y A6-APG visibles en la Figura 5.8, de las 12:31h a las 13:57h. Se extraen del vídeo los datos de posición, temperatura, intensidad y dirección del viento (que después se descomponen en las dos componentes de viento direccional, U y V). Esto supone, extrayendo medidas cada 10 segundos, contar con un total de 519 muestras, es decir, 1 valor por variable en 519 instantes temporales. Con la información de la altitud y el tramo horario de ambos

aviones, se buscan los datos pertinentes del modelo COSMO-D2 EPS. Esto conlleva extraer el pronóstico de las 9h para las 12h, 13h y 14h del 14 de febrero de 2019, para 200 hPa, que equivale a una altitud de 38615 ft. Siendo así, se cuenta con una malla de 716x651 nodos, con 20 miembros (20 valores de cada variable por nodo) en los 3 instantes temporales.

De igual manera que en el capítulo anterior, en el que se mostraba la trayectoria de los puntos de interés, lo primero es mostrar la trayectoria de los dos aviones de los que se toman las observaciones.

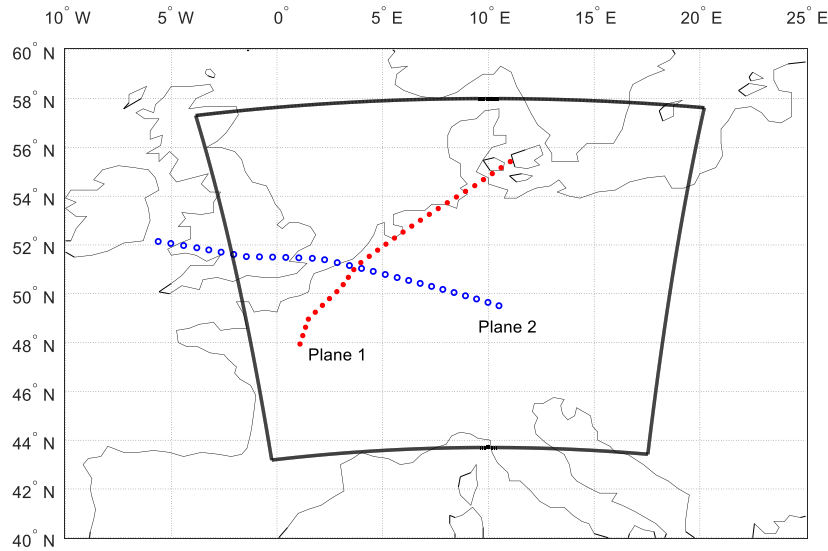


Figura 5.12 Trayectorias de los dos aviones y perímetro de la malla

En la Figura 5.12 se aprecia que uno de los aviones se sale del perímetro de la malla, por lo que se analizan las observaciones de ambos aviones hasta ese instante (más o menos las 13:35 horas), ya que a partir de ahí, la relación entre los valores en los nodos de la malla y las observaciones en el avión pierden vigencia. El avión 1 es el que se desplaza de suroeste a noreste (en rojo), y el avión 2 el que se desplaza de sureste a noroeste (en azul).

En la Figura 5.13, se presenta el perfil de altitudes para ambos aviones., que se encuentran aproximadamente a una altitud de la que hay pronóstico de COSMO-D2 EPS.

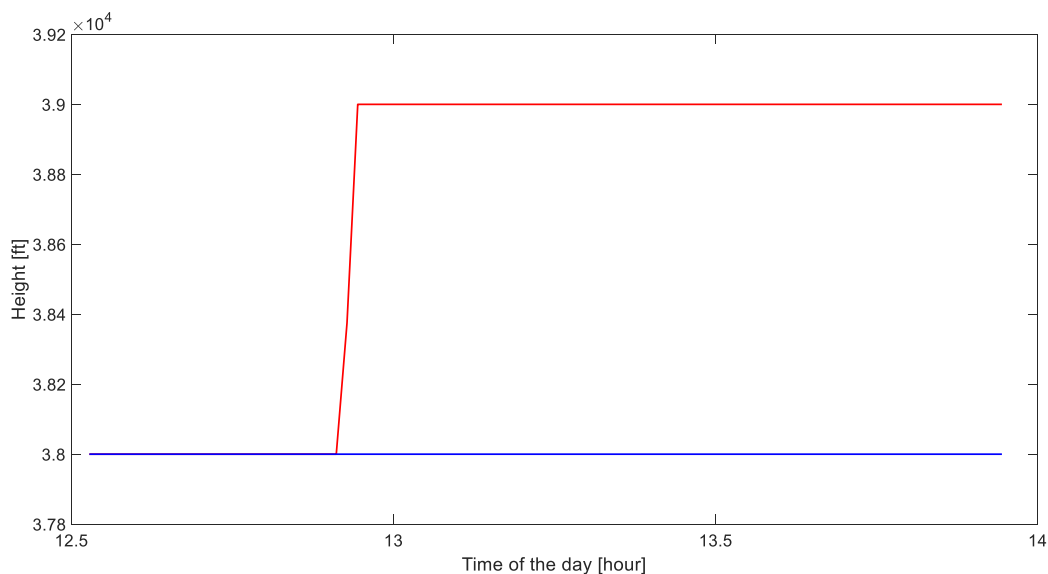


Figura 5.13 Perfiles de altitud de ambos aviones

El paso de interpolación del pronóstico consiste en una interpolación espacial y temporal, ambas interpolaciones lineales, que permite hallar el pronóstico en cualquier posición geográfica e instante temporal en el interior de la malla (en la Figura 5.12) y la ventana temporal del pronóstico original (de las 12h a las 14h).

Ahora bien, antes de todo se muestran los datos en bruto y tras los filtrados para las tres variables de estado de los dos aviones, en las Figuras 5.14, 5.15, 5.16, 5.17, 5.18 y 5.19:

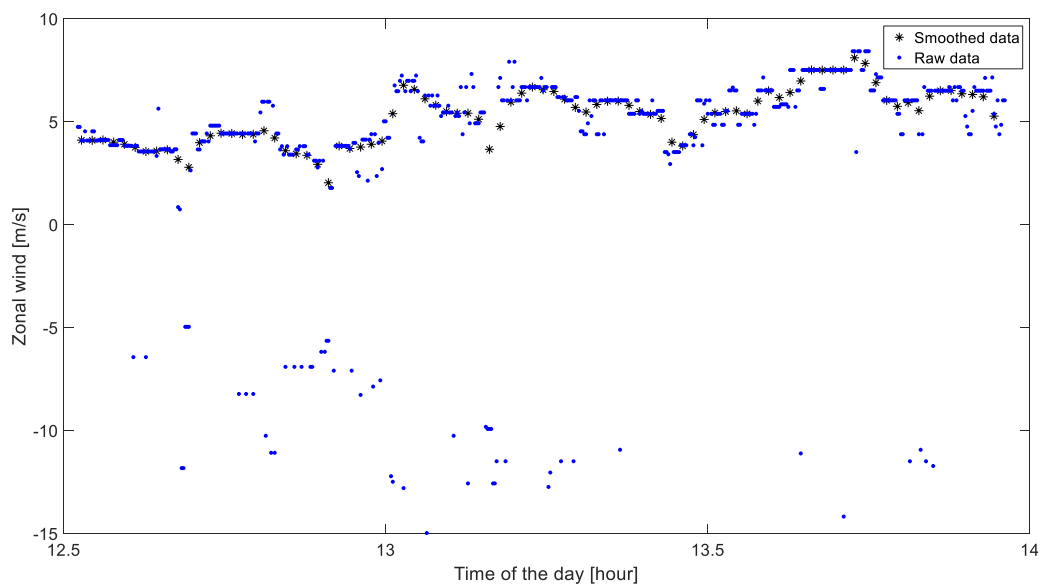


Figura 5.14 Viento zonal en el avión 1. Medidas antes y después del filtrado

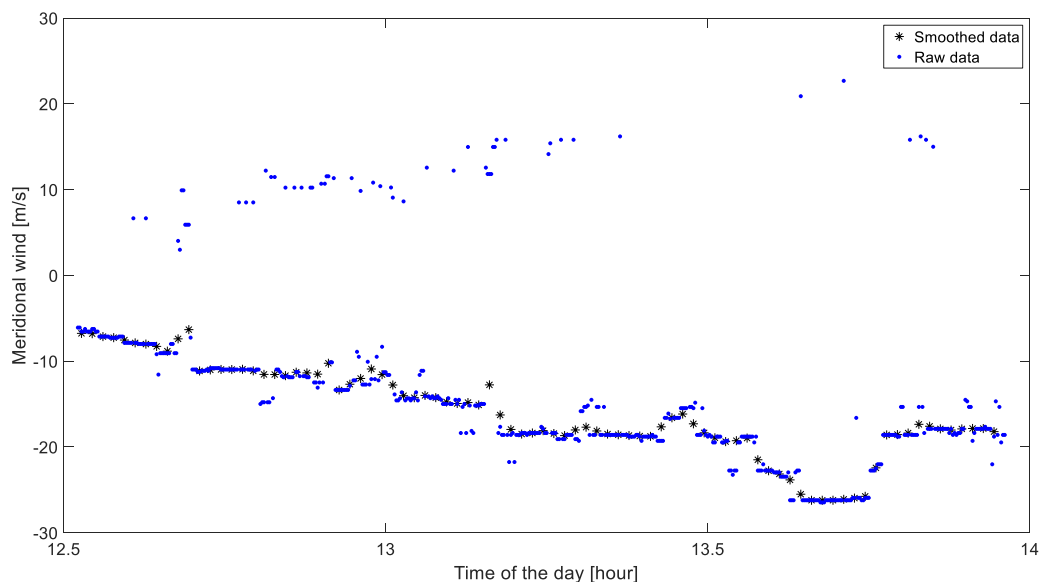


Figura 5.15 Viento meridional en el avión 1. Medidas antes y después del filtrado

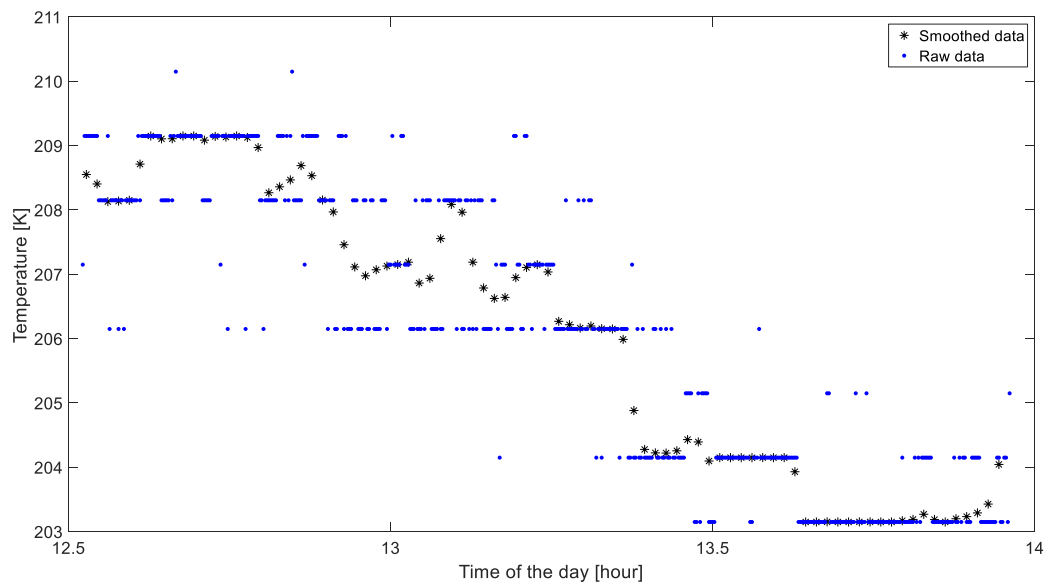


Figura 5.16 Temperatura en el avión 1. Medidas antes y después del filtrado

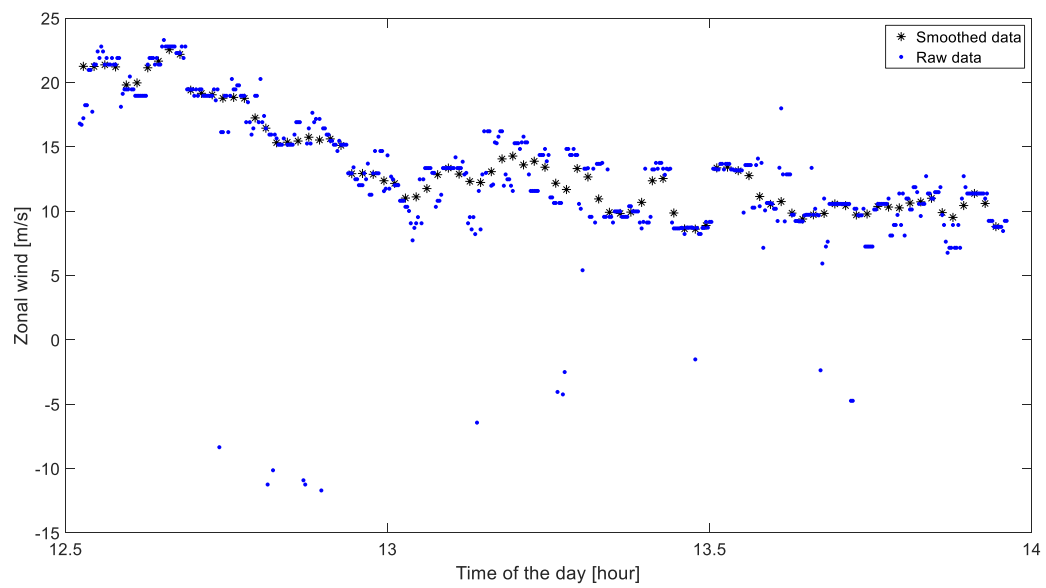


Figura 5.17 Viento zonal en el avión 2. Medidas antes y después del filtrado

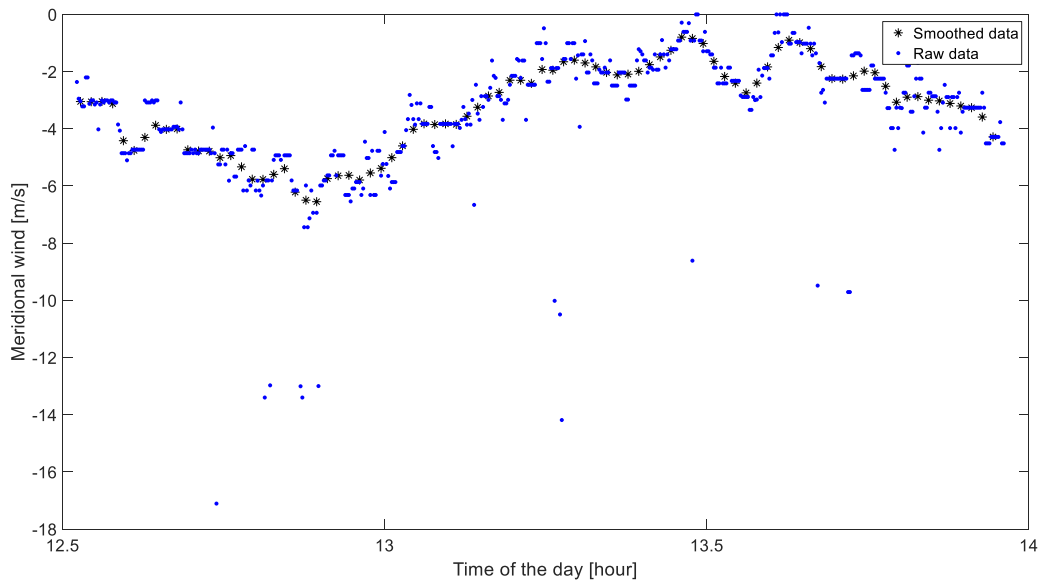


Figura 5.18 Viento meridional en el avión 2. Medidas antes y después del filtrado

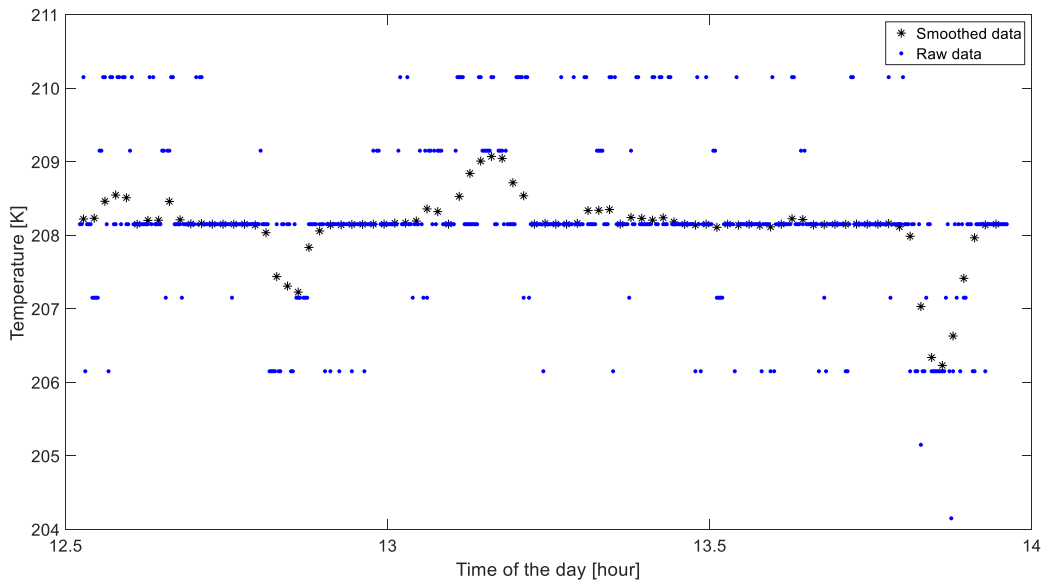


Figura 5.19 Temperatura en el avión 2. Medidas antes y después del filtrado

Además, cabe destacar que en la aplicación del algoritmo, la desviación típica de errores en la medida $R^{[k]}$, que se introducía en la ecuación 2.35 es desconocida. No es conocida debido a que sólo se tiene una medida de cada variable para cada avión en cada instante de tiempo, por lo que no se puede calcular la varianza, ni se ofrece ningún valor desde la fuente de datos FlightRadar24. Siendo así, se utilizan los valores proporcionados por de Haan [3]: la varianza de errores para las medidas de las velocidades de viento es de $9 (m/s)^2$ y la varianza de errores para las medidas de temperatura es de $2,25 K^2$. Esto produce que en algunos nodos e instantes, las dispersiones obtenida tras la aplicación del EnSqRF, sean mayores y en otros sean menores que las dadas por el pronóstico.

Primero, se presenta la comparación entre valores de las variables en los puntos en los que se encuentran los aviones como resultado del filtro y el pronóstico original interpolado para los mismos puntos. En las gráficas, los valores del pronóstico máximo, medio y mínimo tienen de nombre “Max Forecast”, “Mean Forecast” y “Min Forecast”, respectivamente. Con respecto al resultado del EnSqRF aplicado a los puntos de interés, los valores máximo, medio y mínimo tienen de nombres “Max Estimation”, “Mean Estimation” y “Min Estimation”.

Para el primer avión, se observa en las Figuras 5.20, 5.21 y 5.22, que los resultados correspondientes a la temperatura y viento zonal se aproximan bastante en términos medios en el primer tramo temporal de estudio, aproximadamente desde las 12:30h hasta las 13:15h. Por lo que se puede entender que el pronóstico es bastante acertado, al ser capaz de reflejar la evolución de las observaciones. A partir del segundo tramo, pasadas las 13,3 horas, la diferencia se hace algo más evidente, sobre todo para el viento meridional, en el que la tendencia de las observaciones hace que disminuyan los valores obtenidos del filtro, cosa que no ocurre en el pronóstico, donde se mantiene relativamente constante en el entorno de -10 m/s. En el caso del viento zonal se capta mejor la tendencia, aunque hay un ligero aumento en los valores en el último tramo que está muy próximo a los límites del canal del pronóstico. En cuanto a la temperatura, las observaciones quedan en el límite inferior del canal del pronóstico, aunque éste está prácticamente dentro del canal resultante del filtro en todos los instantes. Habría que obtener más observaciones para determinar si el comportamiento marcado por el pronóstico representa de alguna manera la media de las observaciones (que éstas caigan dentro del canal) o si se han producido alteraciones en la atmósfera no contempladas por éste. En términos de dispersión, el pronóstico presenta ventajas frente al obtenido con la extrapolación del filtro, esto supone decir que el ruido asociado a las medidas u observaciones podría ser mejorable, ya que, de alguna manera, se debe haber hecho algún tratamiento sobre el pronóstico para conseguir una dispersión tan reducida. Es interesante recalcar que hay margen de mejora en las observaciones, ya que los valores de de Haan [3], tomados anteriormente se consideran genéricos.

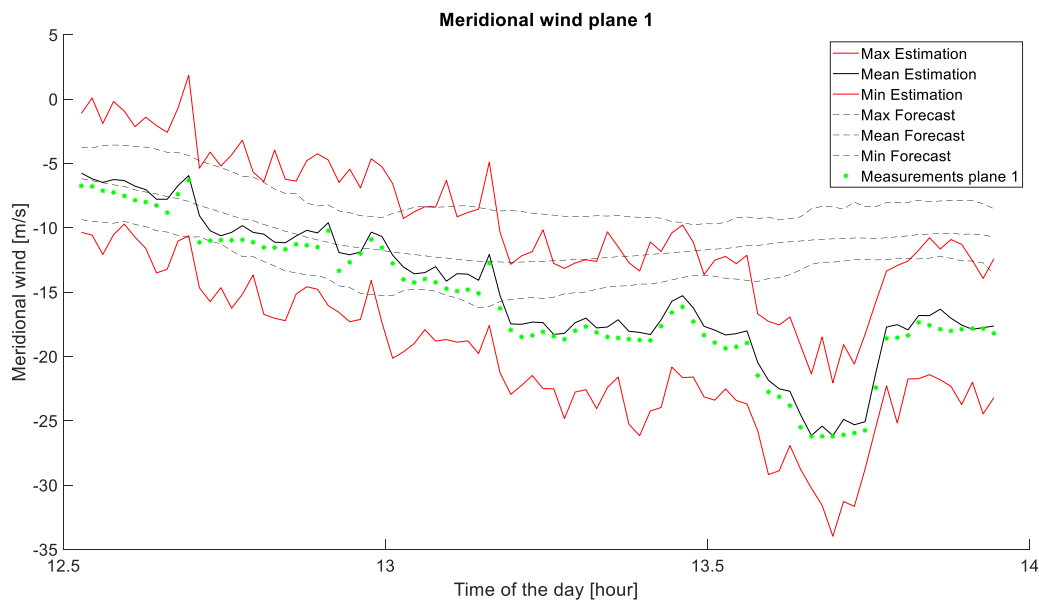


Figura 5.20 Viento meridional en el primer avión

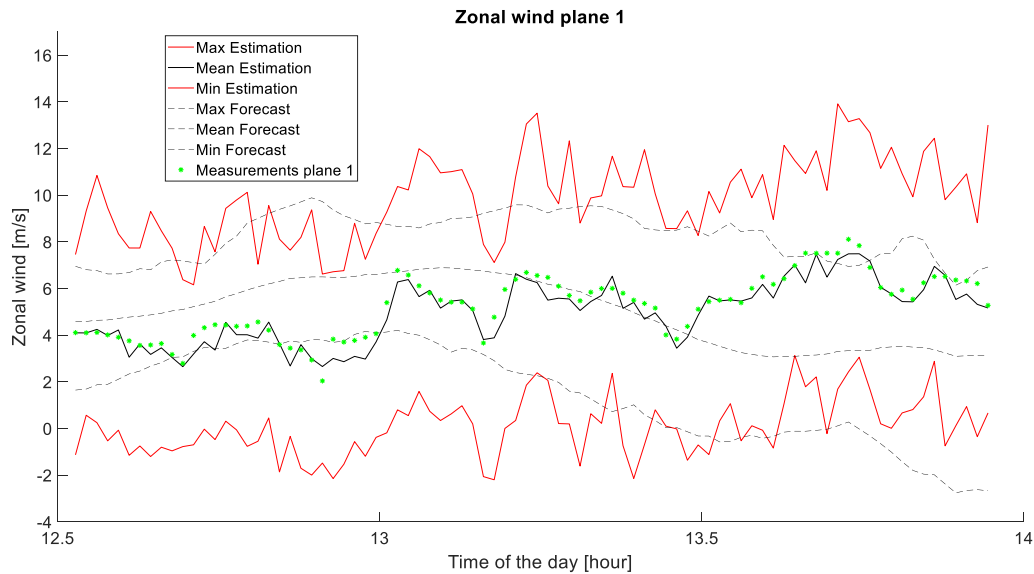


Figura 5.21 Viento zonal en el primer avión

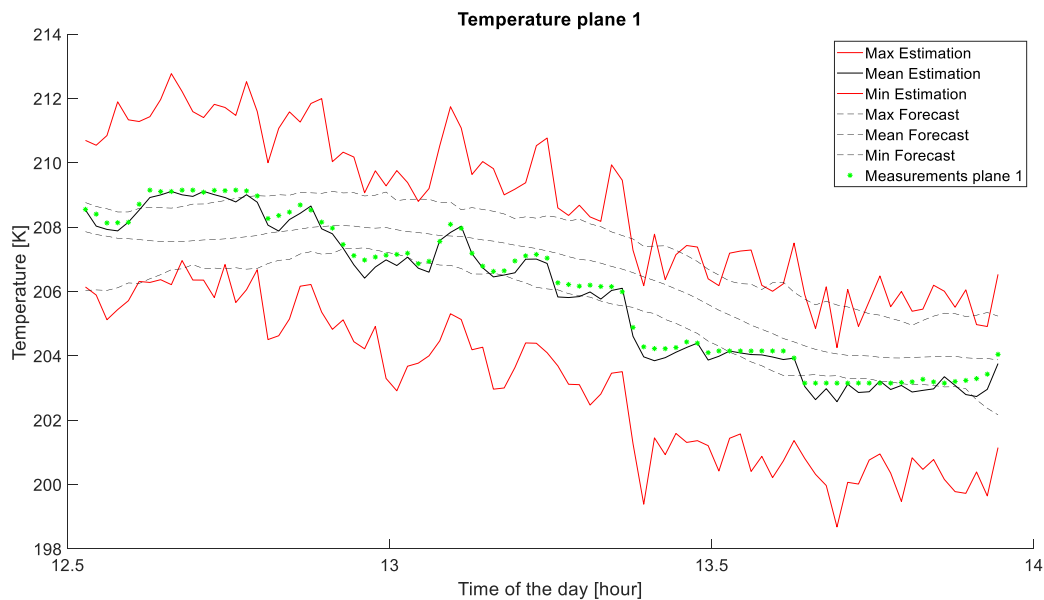


Figura 5.22 Temperatura en el primer avión

A continuación, se presentan los resultados para el segundo avión. Analizando las observaciones, el comportamiento de las estimaciones y del pronóstico original para el segundo avión en las Figuras 5.23, 5.24 y 5.25, se dilucida la diferencia entre el canal máximo-mínimo del pronóstico y el canal máximo-mínimo de las estimaciones de las diferentes variables. Tal y como se aprecia en la temperatura, el pronóstico se puede considerar bastante acertado, puesto que la desviación con respecto a las observaciones es relativamente pequeña. No ocurre lo mismo con la velocidad del viento meridional, ni con la zonal, ya que por sus características están más sujetas a incertidumbre y puede resultar más difícil de predecir su comportamiento. Aún así, se aprecian diferencias notables que merecen ser analizadas.

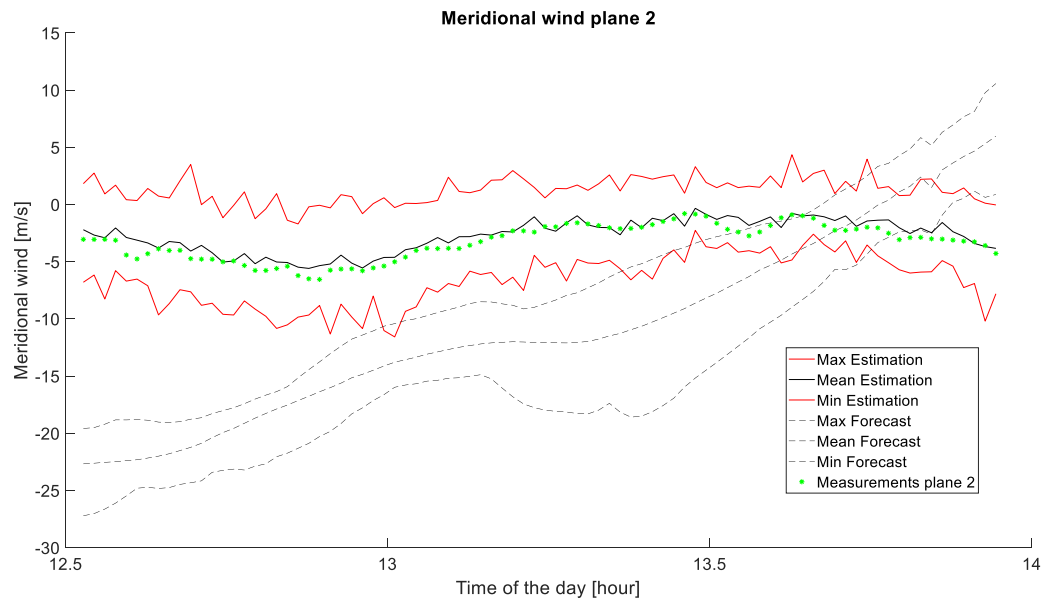


Figura 5.23 Viento meridional en el segundo avión

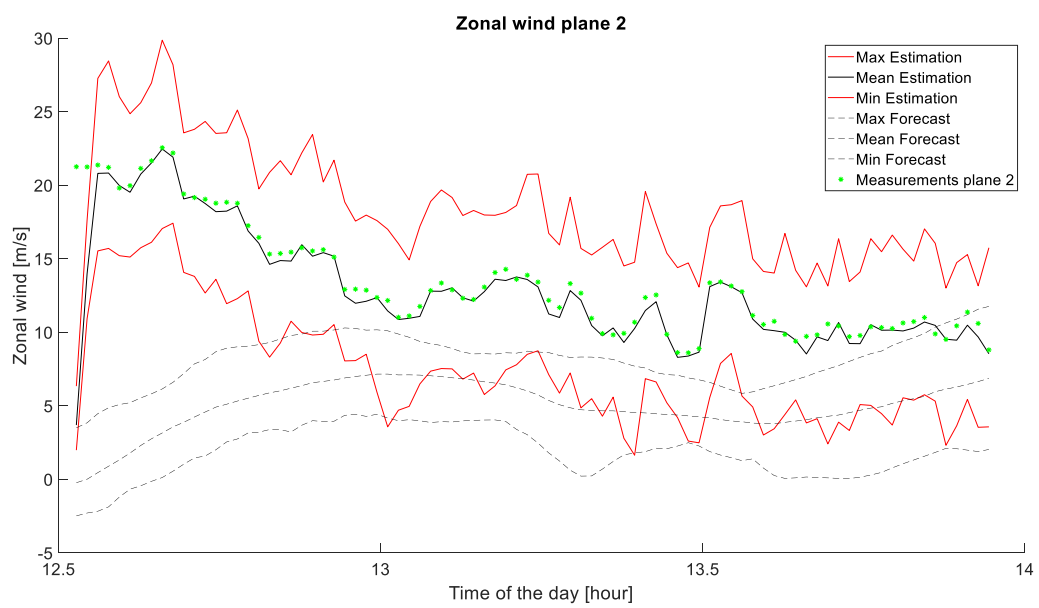


Figura 5.24 Viento zonal en el segundo avión

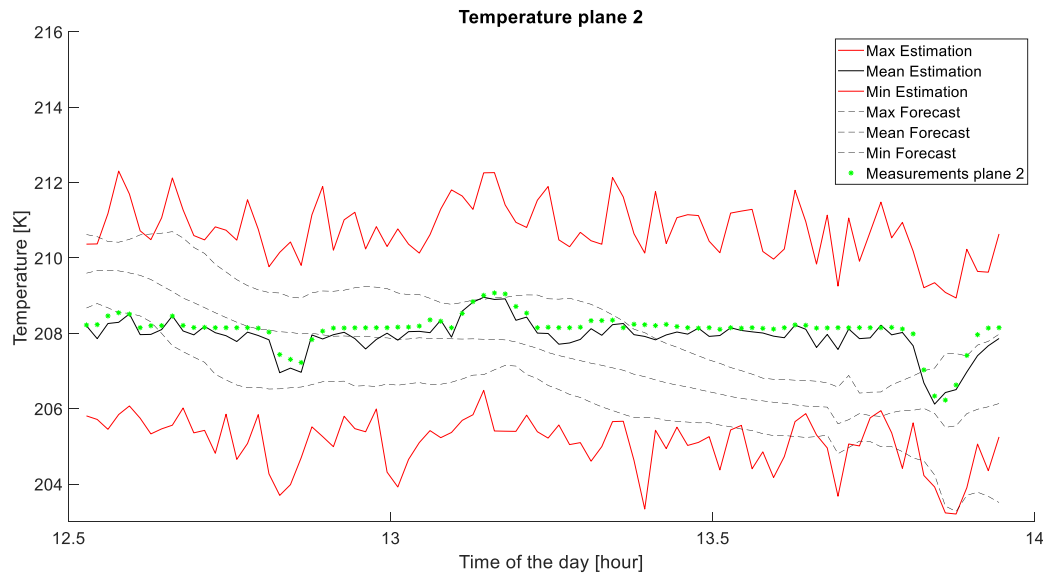


Figura 5.25 Temperatura en el segundo avión

Para analizar estas diferencias, es conveniente ver cómo se comportan las observaciones en el entorno donde las trayectorias se cruzan, ya que si hay diferencias significativas, la corrección posterior del pronóstico puede verse afectada negativamente. El “cruce” entre ambos aviones se produce en el entorno de las 13:06 horas, con una distancia mínima aproximada de unos 150 km. Además, cabe recordar según la Figura 5.10, que la diferencia de altitud entre ambas aeronaves es de unos 1000 pies.

En las siguientes figuras se presentan las observaciones, el canal de estimaciones y el pronóstico interpolado para ambos aviones. El color rojo va asociado al primer avión y el color azul al segundo. Los asteriscos representan las observaciones, las líneas continuas el canal de estimaciones (máximo, medio y mínimo) resultado del filtro y las líneas discontinuas el canal del pronóstico original (máximo, medio y mínimo de nuevo).

En la Figura 5.26, donde se pueden observar los valores relativos al viento zonal, se vislumbra que, en efecto, los canales del pronóstico (líneas discontinuas) en los instantes del “cruce” son muy parecidos, con ligeras diferencias que podrían pasar inadvertidas. Es en las medidas y en los canales de las estimaciones donde se observan mayores discrepancias, del orden de unos 7 m/s de diferencia entre los valores de un avión y de otro. Además, el solape entre los canales de estimaciones es menor de su semiancho, cosa que no ocurre en los canales del pronóstico, donde el solape es prácticamente completo. Esto implica que en los instantes en los que las aeronaves se encuentran cerca entre sí, puede haber diferencias numéricas que afectan a los cálculos de corrección del pronóstico.

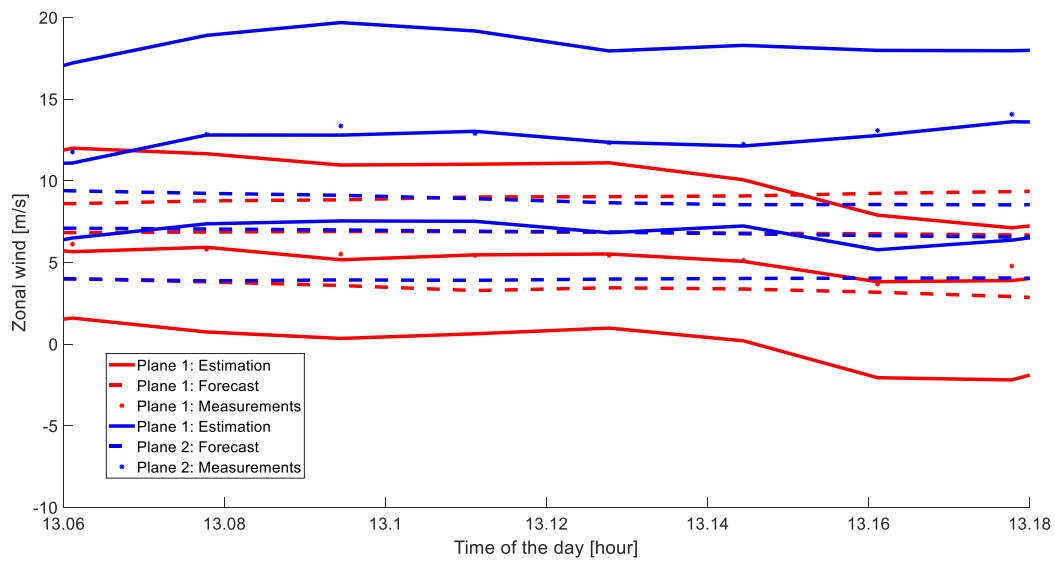


Figura 5.26 Viento zonal en ambos aviones, detalle del cruce

En la Figura 5.27, para el viento meridional, ocurre algo bastante parecido a lo avistado en el viento zonal, con unas diferencias ligeramente superiores, del orden de 10 m/s, y un solape menor entre los canales de estimaciones. Esto puede implicar, de nuevo, que en el entorno temporal del “cruce”, las correcciones del pronóstico pueden presentar discrepancias al extrapolar los resultados del filtro.

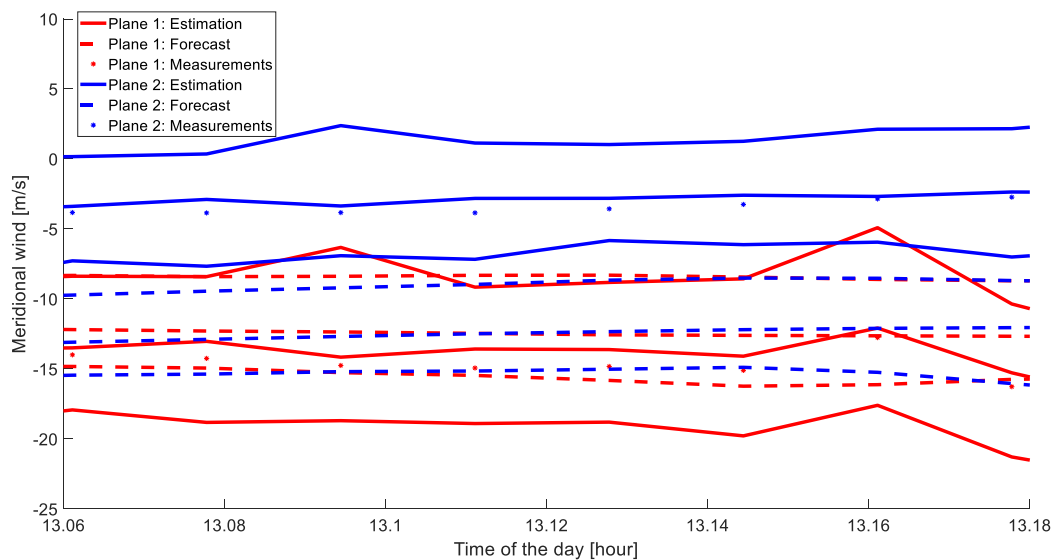


Figura 5.27 Viento meridional en ambos aviones, detalle del cruce

Por último, en la Figura 5.28, se observa que en la temperatura las diferencias son menores, dándose la situación de que las medidas para ambos aviones, en el entorno de las 13,08-13,1 horas (en formato horas y minutos: sobre las 13 horas y 6 minutos) son prácticamente iguales. Además, en términos de solape en ese instante, ambos canales son prácticamente coincidentes. En los otros instantes, las diferencias se sitúan en aproximadamente unos 2 o 3 grados. Esta diferencia se puede explicar con la diferencia de altitud, que se recuerda era de unos 1000 pies en el “cruce”.

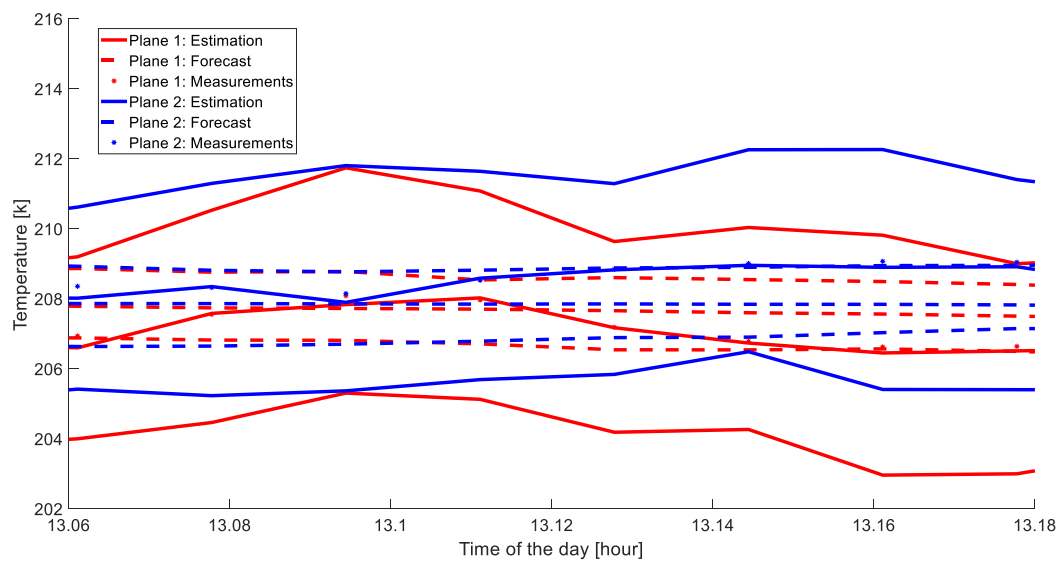


Figura 5.28 Temperatura en ambos aviones, detalle del cruce

En la Figura 5.29, se pueden apreciar los distintos valores de las variables para las 13:06h. Para la temperatura, se observa que, en efecto, ambos valores coinciden (-65°C). Para el viento, en el avión 1 se tienen 30 kts con 338° y en el avión 2, la intensidad es de 27 kts y la dirección 286° . Traducidos a viento zonal y viento meridional, se obtienen los valores presentes en las Figuras 5.26 y 5.27. Es importante poner de relieve la notable diferencia que hay entre las direcciones del viento medidas en ambos aviones, que es lo que produce la diferencia en los resultados de viento meridional y zonal, ya que la intensidad del viento es muy parecida.

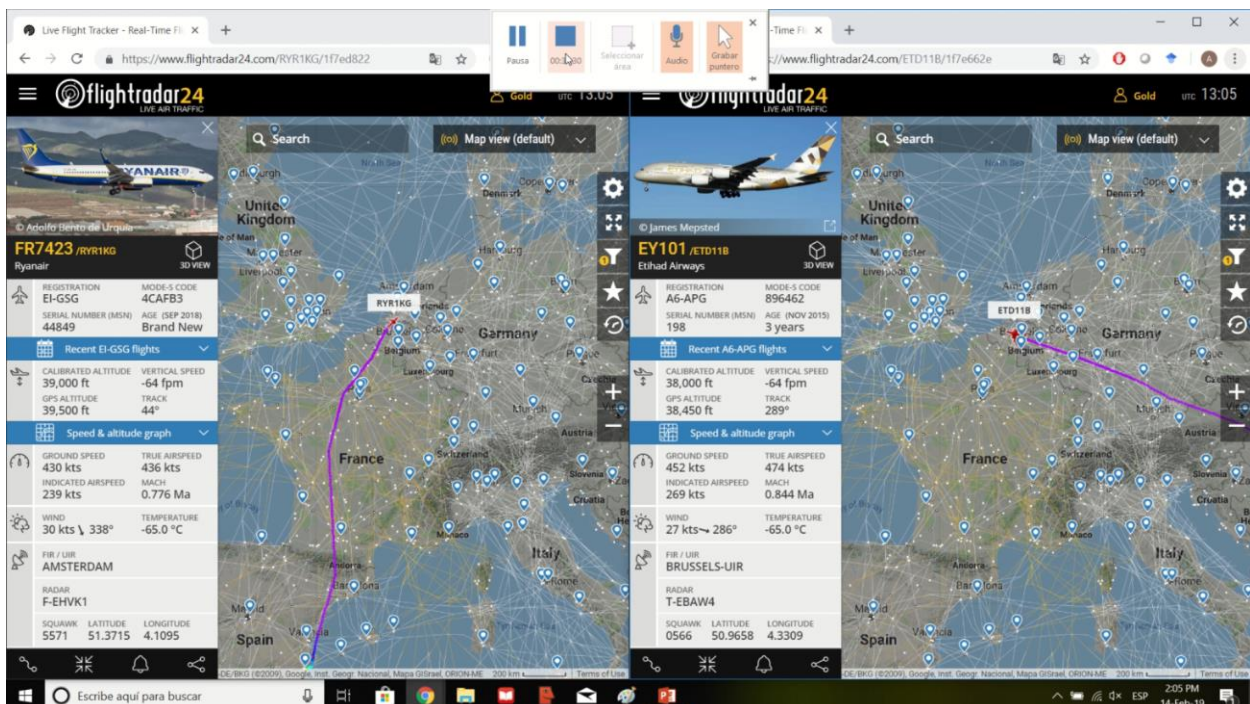


Figura 5.29 Valores en FlightRadar en el instante de mínima distancia

Es necesario, por tanto, contemplar la posibilidad de que puede haber errores en la obtención de las medidas por parte de las aeronaves o de FlightRadar24, o errores en la interpretación de las mismas. Sería conveniente contactar con FlightRadar24 para conocer qué información en concreto se está proporcionando en su página, y analizar la información de un mayor número de aviones.

Presentandos los detalles de los valores para el “cruce” de las aeronaves, se presenta cómo afectan las correcciones del pronóstico al conjunto de la malla. Para ello, se va a representar, mediante el mapa de colores antes visto, el valor ($g^{[k]}$) dado por la diferencia entre la media de la corrección del pronóstico ($\bar{f}_E^{[k]}$) y la media del pronóstico ($\bar{f}^{[k]}$) dividido entre el semiancho entre los valores máximo ($f_{MAX}^{[k]}$) y mínimo del pronóstico ($f_{MIN}^{[k]}$):

$$g^{[k]}(x, y) = \left| \frac{\bar{f}_E^{[k]}(x, y) - \bar{f}^{[k]}(x, y)}{(f_{MAX}^{[k]}(x, y) - f_{MIN}^{[k]}(x, y)) \cdot \frac{1}{2}} \right|. \quad 5.1$$

Este valor permite hacerse una idea de cuál es la discrepancia entre la corrección del pronóstico y el pronóstico original, cómo de diferentes son en términos de sus medias, y cuánto se aleja la corrección del pronóstico del canal del pronóstico. Si $g^{[k]}(x, y)$ presenta un valor igual o menor que 1 entonces la media de las corrección del pronóstico en un nodo está contenido dentro del canal del pronóstico original, en caso contrario, esta corrección cae fuera del canal anterior.

Para ello, igual que se hizo en la aplicación en el capítulo anterior, se presentan los resultados de cada variable para cuatro instantes temporales. Donde, además, se marca la curva de nivel con valor igual a 1, por las implicaciones que se han comentado. Los resultados para el viento zonal se presentan en las Figuras 5.30, 5.31, 5.32 y 5.33. Como se puede observar en la Figura 5.30, la influencia de las estimaciones del avión 2 son notorias. Ya en la Figura 5.24 se apreciaba la diferencia entre las estimaciones y el pronóstico, ahora se puede avistar en el mapa de colores la influencia que tiene sobre gran parte de la malla. En la Figura 5.31, se aprecia un cambio significativo, al tener ambos valores de estimaciones algo más cercanos al pronóstico. En la Figura 5.32, el instante temporal es uno en los que la distancia entre ambos aviones es mínima. Se puede apreciar perfectamente el “choque” entre ambas correcciones. Las asociadas al avión 2 quedan todas por encima de la curva de nivel de valor 1. Por último, en la Figura 5.33, el avión 2 va perdiendo influencia en la malla conforme se acerca al perímetro de ésta.

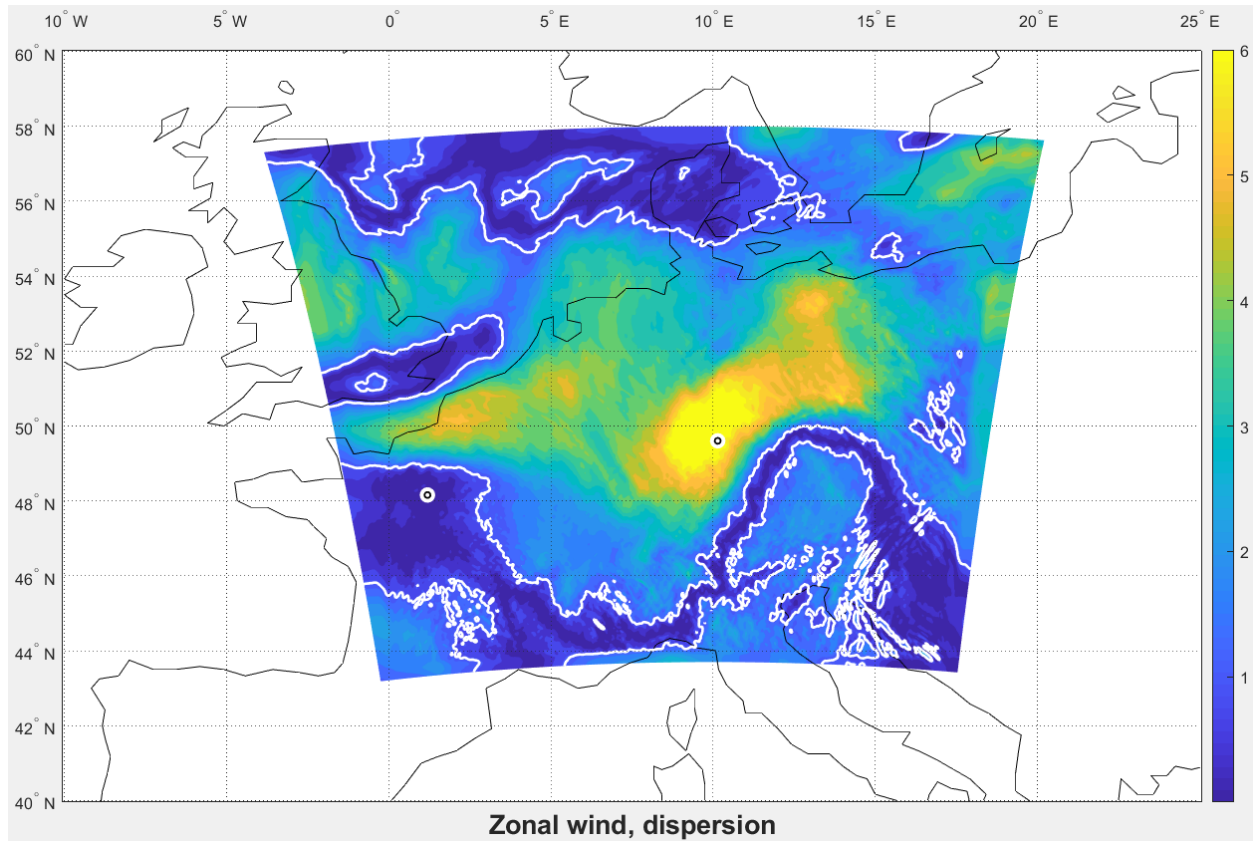


Figura 5.30 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 3

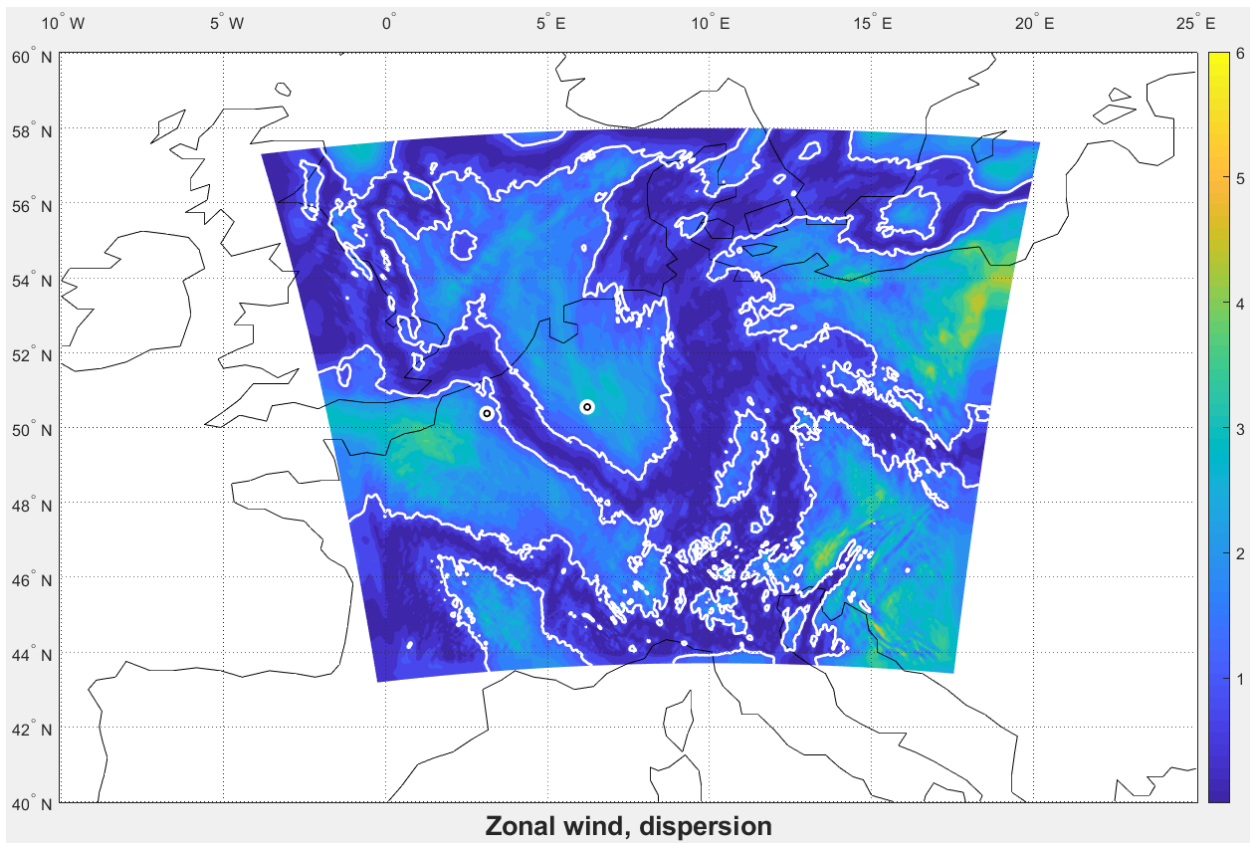


Figura 5.31 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 25

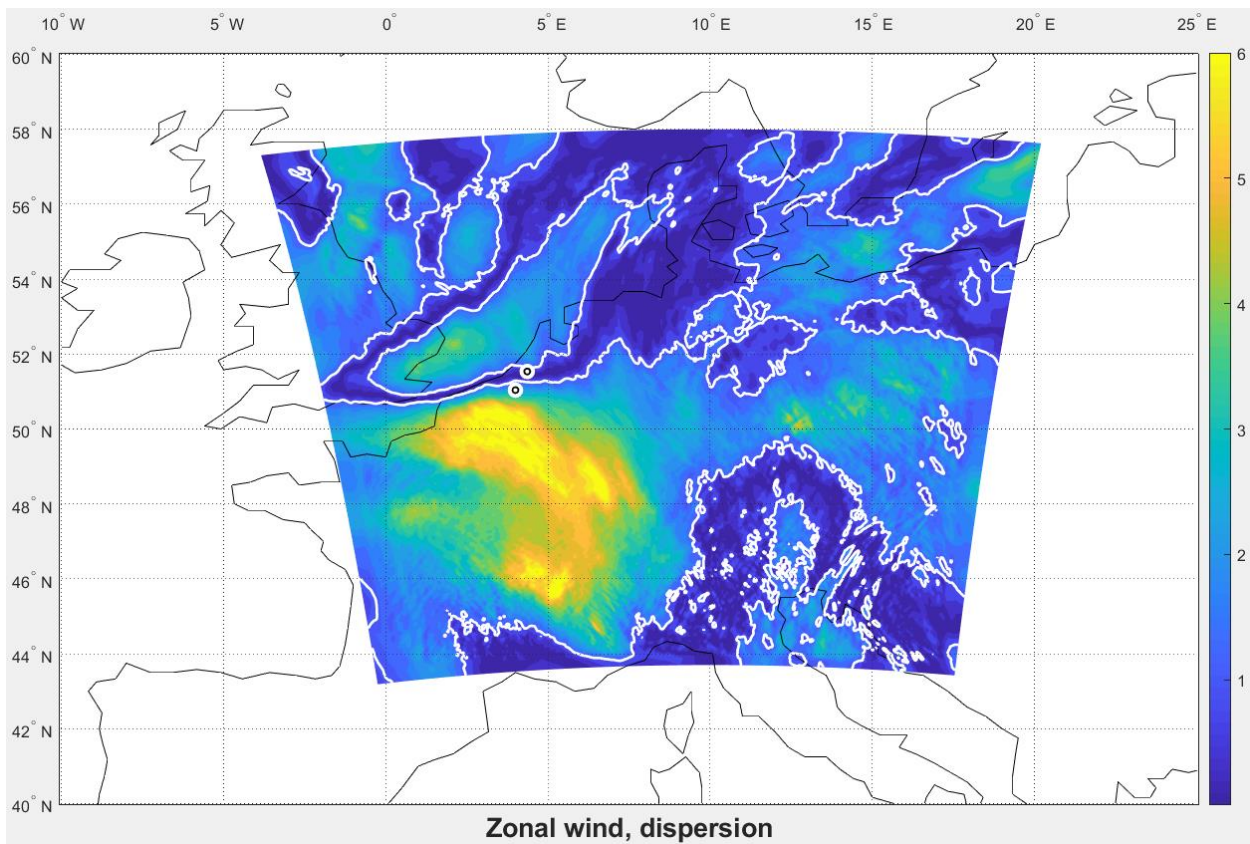


Figura 5.32 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 37

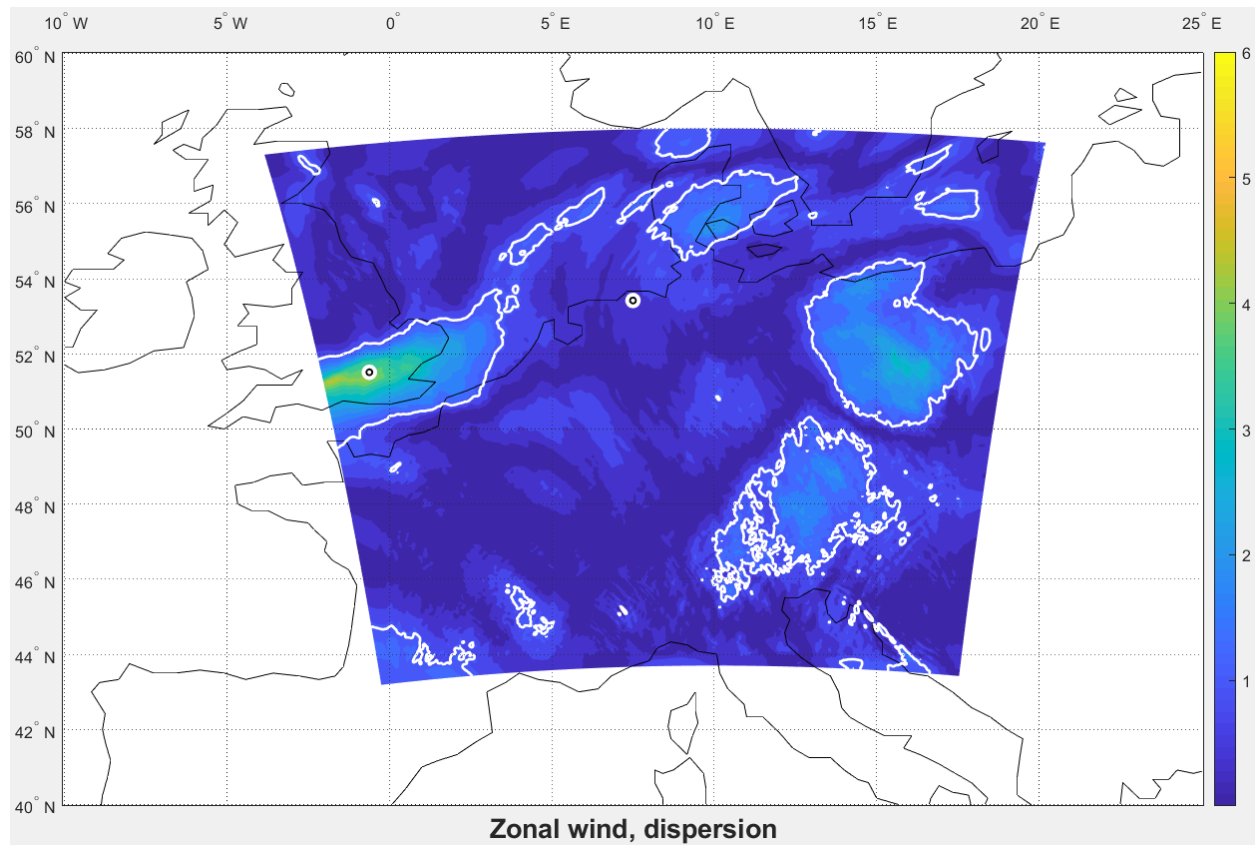


Figura 5.33 Mapa de colores. Viento zonal en el instante 60

En cuanto al viento meridional, los resultados se muestran en las Figuras 5.34, 5.35, 5.36 y 5.37, para los mismos instantes que el viento zonal. Como se puede observar en la Figura 5.34, la influencia de las estimaciones del avión 2 vuelven a ser notorias, mientras que el avión 1 es inapreciable (debido al parecido entre las estimaciones y el pronóstico en el punto del avión 1). De igual manera que en el viento zonal, en este caso se aprecia la extrapolación de las diferencias visibles en la Figura 5.23 al resto de la malla. En la Figura 5.35, se observa un ligero cambio, al presenciar el acercamiento entre ambos aviones, el avión 1 ahora tiene una influencia apreciable sobre la malla. En la Figura 5.36, en el “cruce”, la influencia de los dos aviones se nota sobre gran parte de la malla, afectando a nodos relativamente lejanos que no tendrían por qué verse envueltos en la corrección del pronóstico. Las correcciones asociadas al avión 2 (por posición y área de influencia) quedan todas por encima de la curva de nivel de valor 1. Por último, en la Figura 5.37, las medidas de ambos aviones se acercan más al pronóstico, hasta el punto de que es ahora el avión 1 el que marca valores superiores a la curva de nivel de valor 1, y el avión 2 queda por debajo de dicha curva.

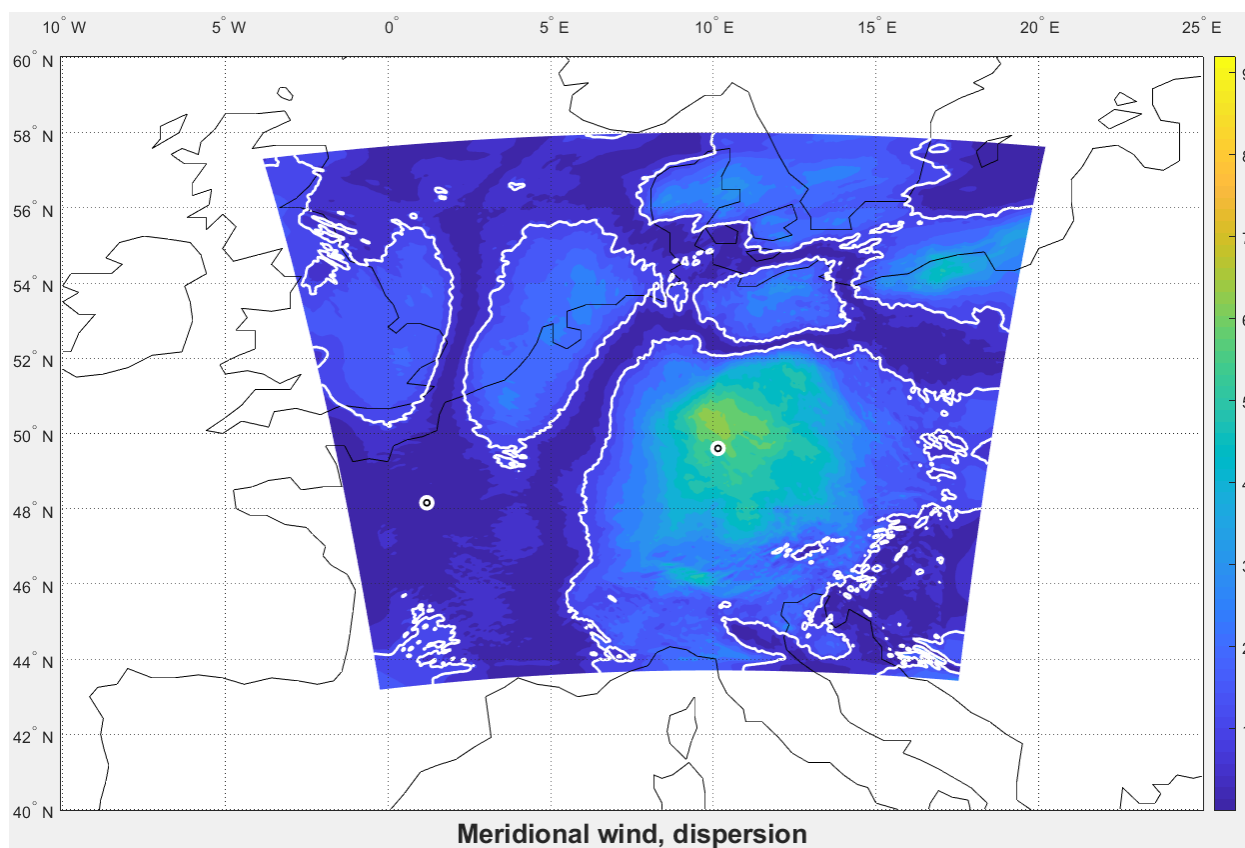


Figura 5.34 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 3

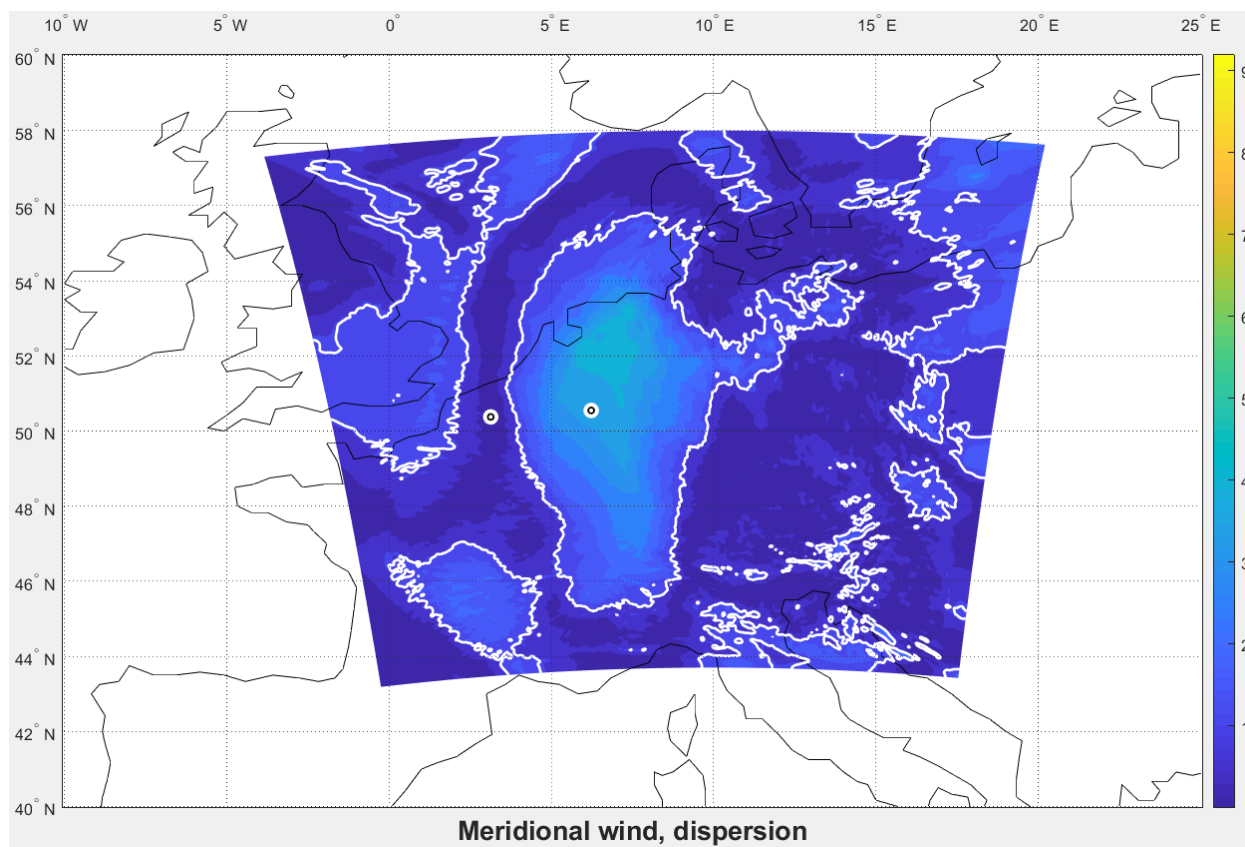


Figura 5.35 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 25

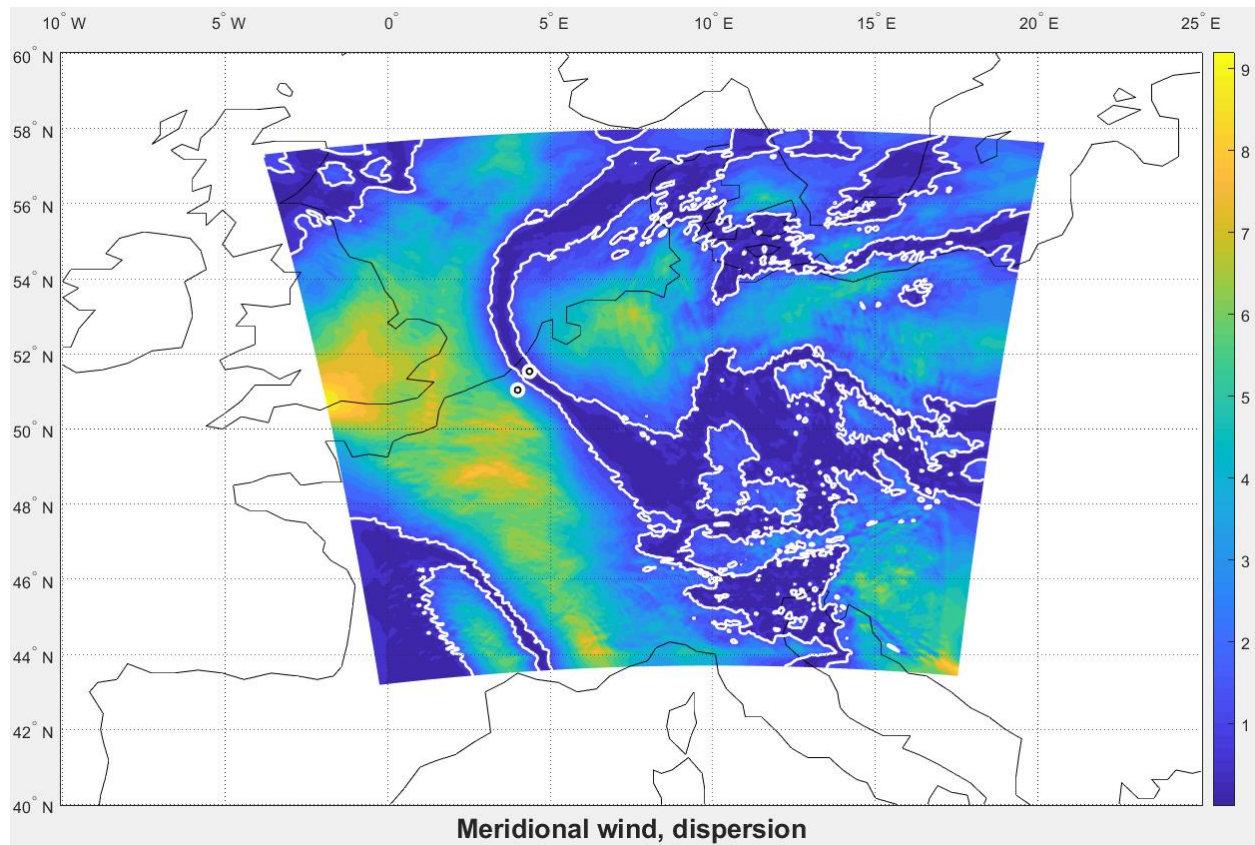


Figura 5.36 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 37

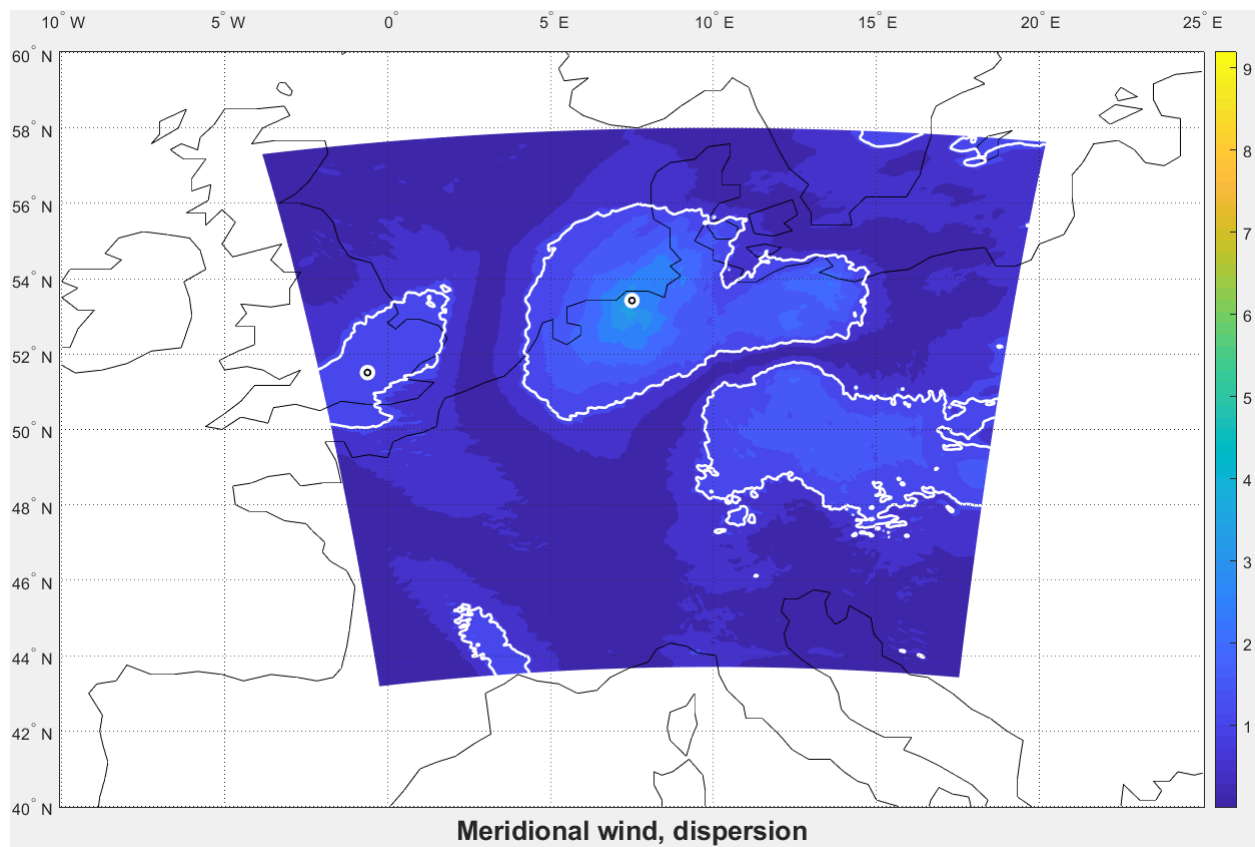


Figura 5.37 Mapa de colores. Viento meridional en el instante 60

Los resultados para la temperatura, presentes para los instantes ya comentados, se presentan en las Figuras 5.38, 5.39, 5.40 y 5.41. Tal y como se observa en las diferentes figuras, la influencia de las medidas de las aeronaves es apreciable, aunque no tanto como en el viento, dado que no se superan apenas valores superiores a 1. En las Figuras 5.38 y 5.39, se aprecia el área de influencia de ambos aviones, tendiendo a valores cercanos a la unidad. En el caso de la Figura 5.40, como ocurre en las otras variables, se presencia una mayor inestabilidad, debido a la diferencia de medidas que presentan ambos aviones cerca del cruce de sus trayectorias, cuyo impacto repercute en las correcciones del pronóstico en toda la malla. Por último, en la Figura 5.41, se observa cierta inestabilidad en las correcciones, puesto que parecen algo irregulares a lo largo de la malla. Aún así, se aprecia claramente el área de influencia inmediato de cada avión.

Cabe remarcar que los resultados para la temperatura parecen ser bastante certeros, en el sentido de que las correcciones del pronóstico están lo suficientemente cerca del pronóstico en casi todos los instantes de tiempo. Es decir, las medias de las correcciones del pronóstico están contenidas en el canal del pronóstico durante el tiempo de estudio.

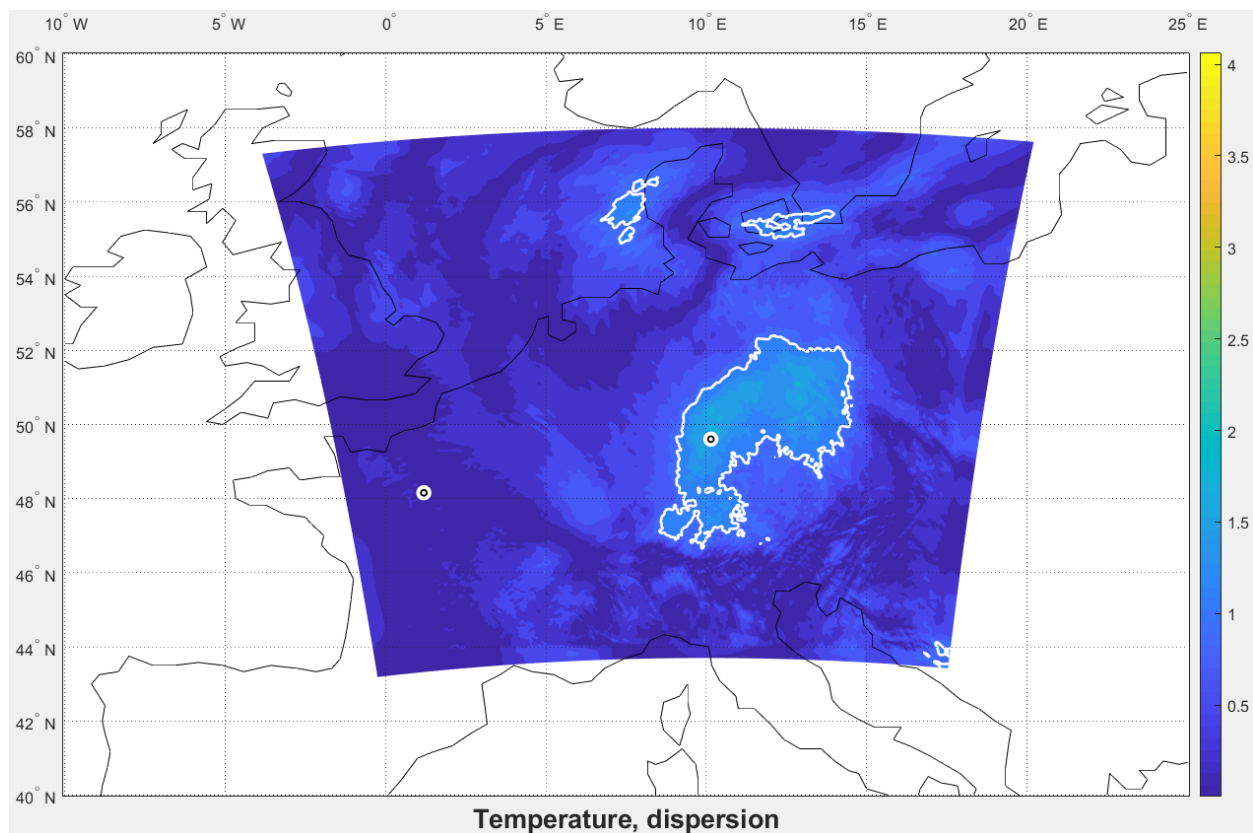


Figura 5.38 Mapa de colores. Temperatura en el instante 3

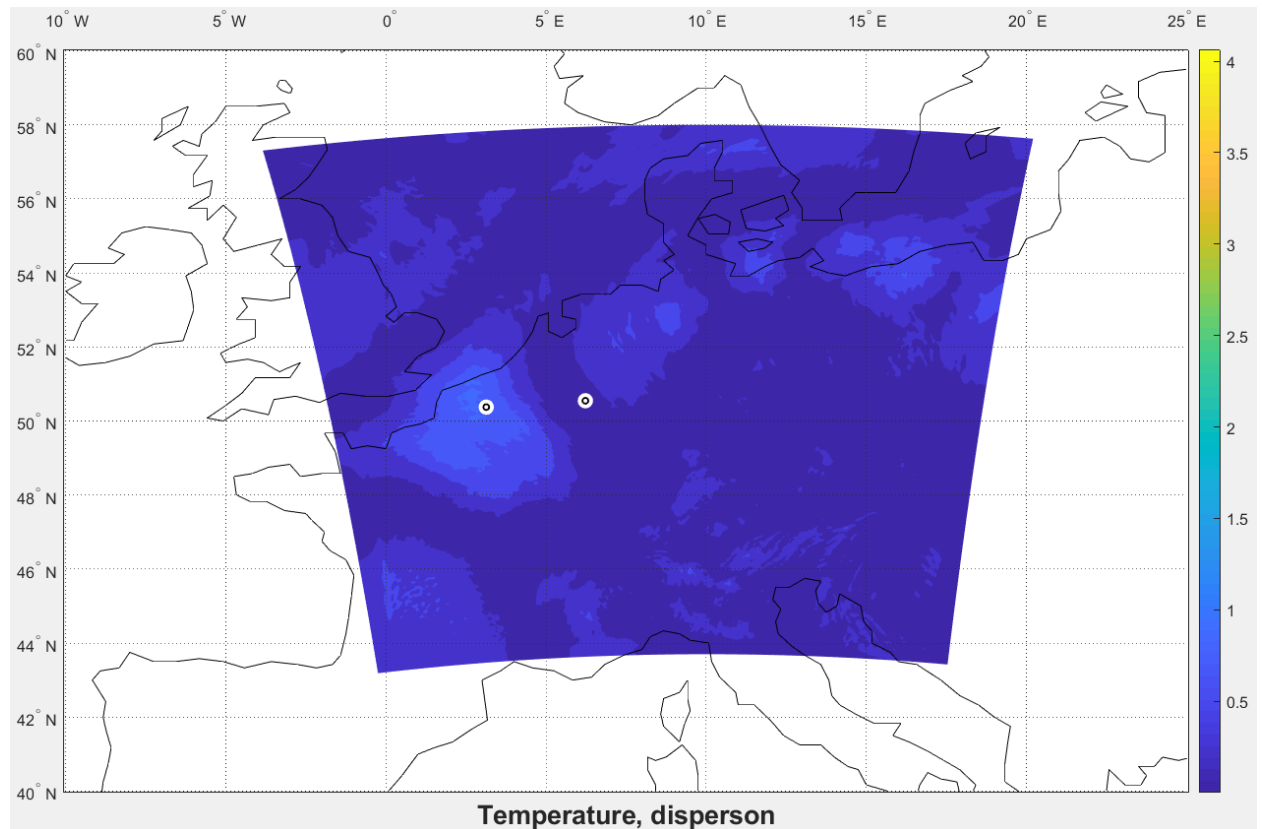


Figura 5.39 Mapa de colores. Temperatura en el instante 25

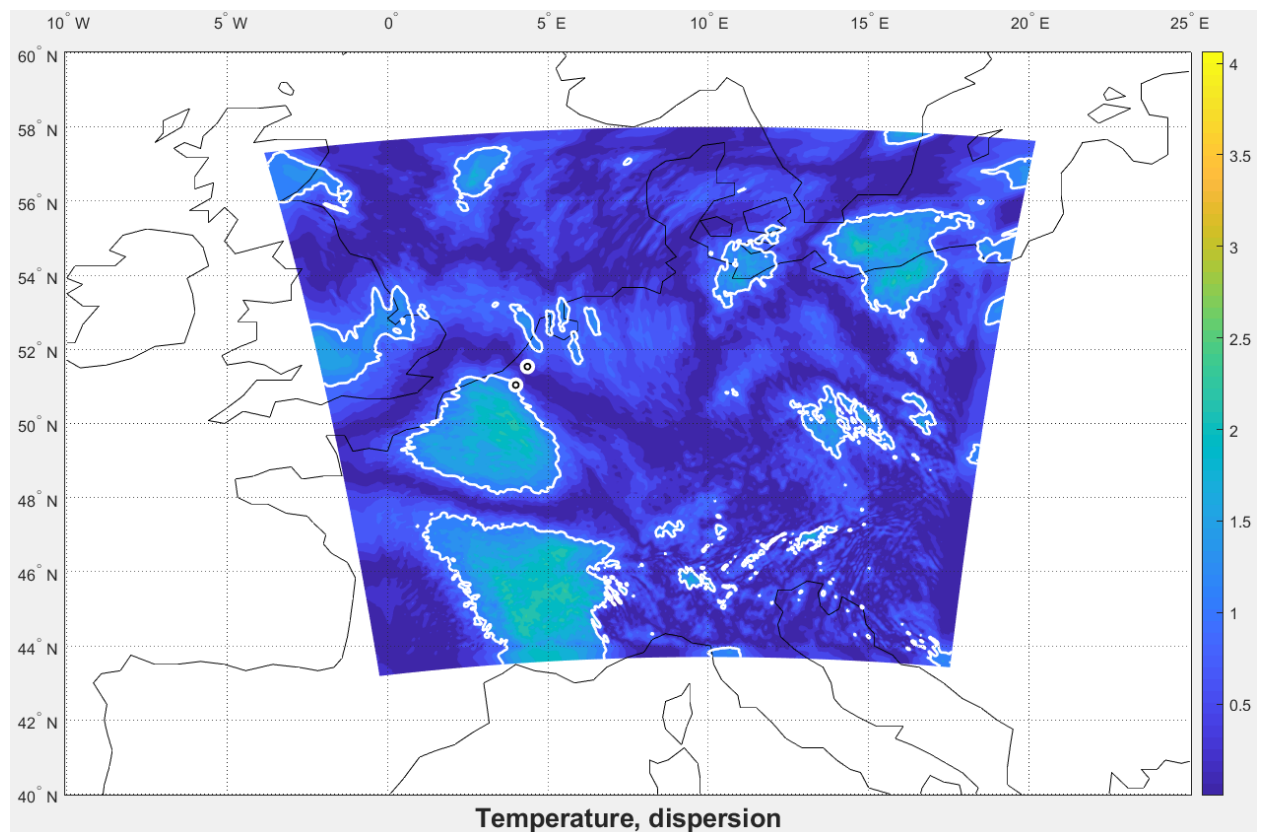


Figura 5.40 Mapa de colores. Temperatura en el instante 37

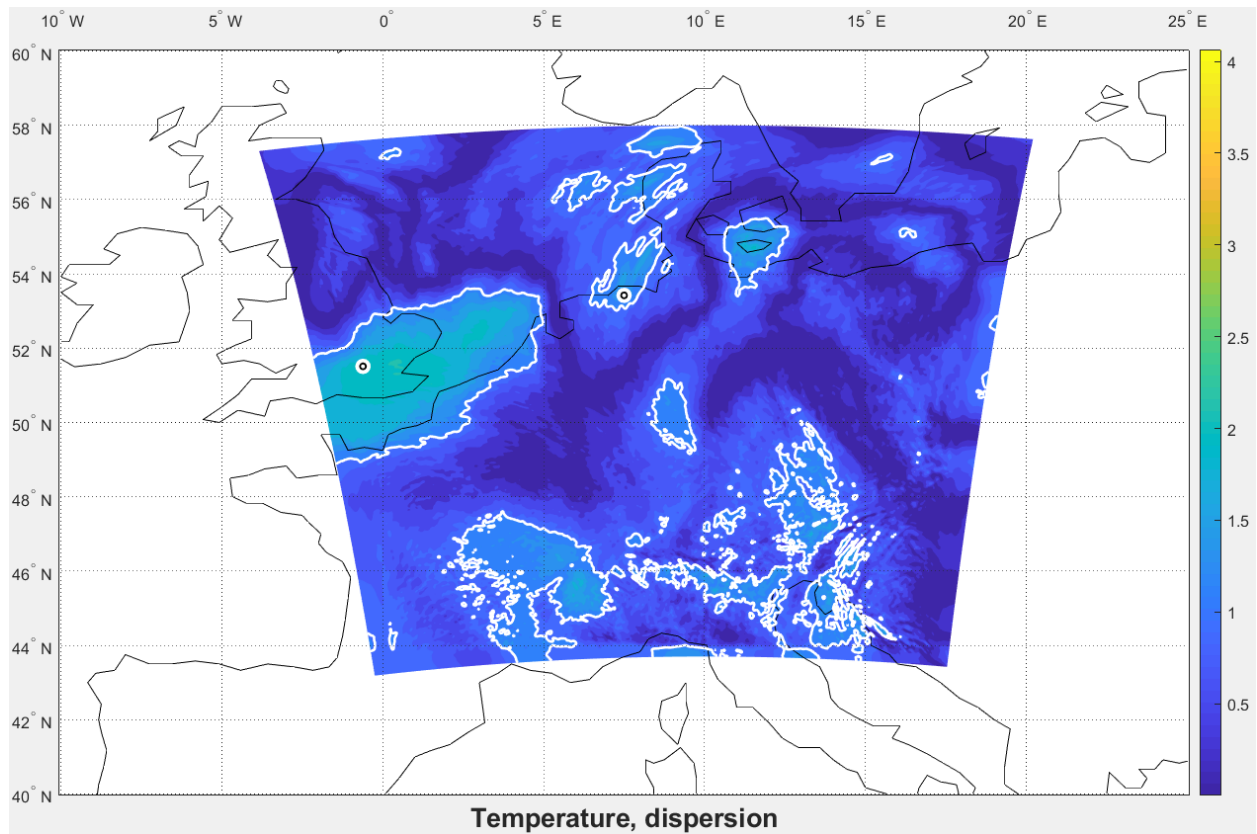


Figura 5.41 Mapa de colores. Temperatura en el instante 60

Con todo esto, se analiza que las correcciones del pronóstico en base al EnSqRF, son capaces de afectar a toda la malla.

6 CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones y líneas de investigación con las que se podría continuar a partir de lo expuesto en el documento.

El presente documento empezó mediante una revisión de diversos filtros de Kalman para elegir el método que se aplica a los diferentes problemas que se plantean a resolver. Se elige una variación del filtro de Kalman denominado Ensemble Square Root Filter (EnSqRF) ya que, según la bibliografía expuesta, ofrece unos resultados óptimos, sin infraestimar las medidas con las que se alimenta el algoritmo y, además, evitando introducir perturbaciones que supondrían una fuente adicional de error en el muestreo.

Una vez escogido el filtro EnSqRF, se ha buscado una manera de extrapolar los resultados del filtro, que se obtienen para un punto en el que se encuentra la aeronave, a los nodos de una malla. Primero, realizando aplicaciones de casos académicos, se analiza el caso de una malla elemental en la que las observaciones están en un único punto. Segundo, ampliando el número de nodos de la malla, así como introduciendo que puede haber observaciones en dos puntos. Es decir, mediante los casos académicos se plantean formas de relacionar las estimaciones en el punto de interés con nodos de una malla, que no coinciden geográficamente. El interés de esto reside, como se comenta en la introducción, en la corrección de un pronóstico original mediante el aprovechamiento de las medidas de las aeronaves. Una vez presentados los casos académicos, lo último ha sido realizar un estudio de un caso real, donde se toma un pronóstico original de COSMO-D2 EPS y medidas de FlightRadar24 y se analiza la influencia que tienen las medidas de dos aviones al realizar una corrección del pronóstico original.

Cabe destacar una serie de hechos positivos que se desprenden del análisis. Por un lado, la metodología aplicada permite corregir pronósticos, no sólo en la posición de la aeronave, si no también en su entorno. Por otro lado, cuantas más aeronaves se estén teniendo en cuenta, con sus respectivas medidas, mejor parecen ser las correcciones. Por último, mejores pronósticos permitirán un mejor conocimiento del estado de la atmósfera, dando lugar a su vez a mejores predicciones de trayectorias de las aeronaves, de gran interés para el estudio y la mejora del tráfico aéreo.

También se han encontrado una serie de dificultades que deberían tratar de analizarse en estudios posteriores. La falta de conocimiento de la dispersión de las medidas de las aeronaves, que ha producido que en el presente documento se tomen valores teóricos que pueden estar alejados de la realidad. También, la incongruencia entre las observaciones de las aeronaves, presentes en el último capítulo, pueden dar lugar a correcciones del pronóstico original alejadas de la realidad.

Teniendo todo lo anterior en cuenta, para seguir la presente línea de estudio se propone aumentar el número de aviones para obtener mejoras directas en la corrección del pronóstico original al abarcar un mayor área del espacio aéreo. Además, al aprovechar las observaciones de otras aeronaves se podrían filtrar posibles incongruencias en las medidas de un avión. Otro elemento a considerar, sería el análisis de otras formas de corregir pronósticos con las observaciones, buscando maneras diferentes de correlacionar las estimaciones del estado en la aeronave con los valores en los nodos. También, debido a las medidas que expone FlightRadar24, se plantea la posibilidad de obtener medidas directamente con un receptor Mode-S EHS, evitando así el tratamiento de datos que hacen en la página web. Por último, el análisis de una malla tridimensional, teniendo en cuenta diferentes altitudes o la variación de altitud de las aeronaves, que podría ayudar a subsanar, ligeramente, incongruencias en las medidas como las halladas en el análisis realizado en la aplicación al pronóstico meteorológico.

REFERENCIAS

- [1] Hernández-Romero E., Valenzuela A., and Rivas D., *Probabilistic Multi-Aircraft Conflict Detection and Resolution considering Wind Forecast Uncertainty*, In preparation.
- [2] Hernández-Romero E., Valenzuela A., Rivas D., and Delahaye D., *Metaheuristic approach to probabilistic aircraft conflict detection and resolution considering Ensemble Prediction Systems*, Proceedings of 9th SESAR Innovation Days, 3-5 December, 2019, Athens, Greece.
- [3] S. de Haan *High-resolution wind and temperature observations from aircraft tracked by Mode-S air traffic control radar*, 2011.
- [4] Kalman *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, 1960.
- [5] Jeffrey S. Whitaker and Thomas M. Hamill *Ensemble Data Assimilation without Perturbed Observations*, 2001.
- [6] Tyrus Berry and Timothy Sauer *Adaptive ensemble Kalman filtering of nonlinear systems*, 2013.
- [7] Geir Evensen *Data Assimilation: The Ensemble Kalman Filter Second Edition*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [8] Gerrit Burgers, Peter Jan van Leeuwen, Geir Evensen *Analysis Scheme in the Ensemble Kalman Filter*, 1998.
- [9] Chaloulos and Lygeros *Effect of Wind Correlation on Aircraft Conflict Probability*, 2007.
- [10] M. Baldauf, C. Gebhardt, S. Theis, B. Ritter, and C. Schraff *Beschreibung des operationellen Kurzzeitvorhersagemodells COSMO-D2 und COSMO-D2 EPS und seiner Ausgabe in die Datenbanken des DWD*, 2018.
- [11] Deutscher Wetterdienst, *NWP forecast data* https://www.dwd.de/EN/ourservices/nwp_forecast_data/nwp_forecast_data.html, accessed: 2019-04.
- [12] Trüb, Moser, Schäfer, Pinheiro and Lenders *Monitoring Meteorological Parameters With Crowdsourced Air Traffic Control Data*, 2018.